Spiralförmige Abtastung des k-Raumes bei der Magnetresonanz-Tomographie

DIPLOMARBEIT

vorgelegt von

Kai Tobias Block

aus Mainz

angefertigt in der Biomedizinischen NMR Forschungs GmbH am Max-Planck-Institut für biophysikalische Chemie in Göttingen

vorgelegt im

Dritten Physikalischen Institut der Georg-August-Universität zu Göttingen

2004

Inhaltsverzeichnis

1	Ein	leitung	g und Fragestellung	1	
2	Grundlagen der Magnetresonanz-Bildgebung				
	2.1	Physil	kalische Grundlagen	3	
		2.1.1	Quantenmechanische Betrachtung des Protonenspins	3	
		2.1.2	Betrachtung des Spins im konstanten Magnetfeld	5	
		2.1.3	Betrachtung des Spins in einem zusätzlichen, transversalen zeitabhängigen Magnetfeld	6	
		2.1.4	Bloch-Gleichung	8	
		2.1.5	Zusammenfassung	9	
	2.2	Messu	ng der Magnetresonanz	9	
	2.3	Gradientenfelder			
	2.4	typen	10		
		2.4.1	Freier Induktionsabfall	10	
		2.4.2	Gradientenecho	11	
		2.4.3	Spinecho	11	
	2.5	2.5 Ortsauflösung			
		2.5.1	Schichtselektive Anregung	12	
		2.5.2	Frequenz- und Phasenkodierung	13	
		2.5.3	Der k-Raum	14	
	2.6	Kontr	astmechanismen	16	

3	Methoden und Versuchsaufbau			18			
	3.1	Entwi	cklung einer Sequenzumgebung	18			
	3.2	Simulation des Messvorgangs					
	3.3	Verwe	ndetes MR-System	22			
	3.4	Verwe	ndete Messsequenz	23			
4	Trajektorienberechnung						
	4.1	l Grundsätzliche Überlegungen					
	4.2	FLASH und Multi-Echo FLASH					
	4.3	Echo Planar Tomographie					
	4.4 Spiraltrajektorien		trajektorien	29			
		4.4.1	Grundprinzip	29			
		4.4.2	Einfache Lösung	32			
		4.4.3	Exakte Formulierung und approximative Lösung	33			
		4.4.4	Vergleich zwischen zwei Spiraltrajektorien und der EPI Trajektorie	36			
		4.4.5	Spiralvariationen	41			
	4.5	Rechteckige Spiralen					
	4.6	Zusammenfassung					
5	Bilo	Bildrekonstruktionsverfahren 4					
	5.1	Grundsätzliche Überlegungen		44			
	5.2	Verwendung einer vergrößerten Matrix					
	5.3	Konventionelles Regridding					
	5.4	Block	Uniform Resampling	56			
	5.5	Zusan	nmenfassung	61			
6	Exp	erime	ntelle Charakterisierung und theoretische Untersuchung der				
	Bilo	Bildartefakte 6					
	6.1	Abwei	chungen der Gradientenfelder	63			
		6.1.1	Gradienten-Messverfahren	65			

		6.1.2	Ergebnisse der Trajektorienmessungen	67			
		6.1.3	Modellierung der Gradienten	71			
		6.1.4	Betrachtung der Auswirkungen auf die Bildqualität	73			
	6.2	2 Off-Resonance Effekte		76			
		6.2.1	Untersuchung der Auswirkungen auf verschiedene Sequenzen	77			
		6.2.2	Ansätze zur Korrektur	81			
	6.3	.3 Begleitfelder		87			
	6.4	Zusam	menfassung	90			
7	\mathbf{Disl}	Diskussion der Ergebnisse im Hinblick auf spezielle Anwendungsfeld					
	7.1	Funkti	onelle Bildgebung des Gehirns	92			
	7.2	Hochaufgelöste funktionelle Bildgebung					
	7.3	3 Anatomische Bildgebung		96			
	7.4	Diffusi	ons-Bildgebung	96			
8	Zusammenfassung und Ausblick						
A	Abkürzungsverzeichnis 1						
\mathbf{Li}	Literaturverzeichnis 1						

Kapitel 1 Einleitung und Fragestellung

Die Magnetresonanz-Bildgebung ist heutzutage aus der medizinischen Diagnostik nicht mehr wegzudenken und wird für vielfältigste Untersuchungen eingesetzt. Ihre Bedeutung wurde im Jahre 2003 durch die Vergabe des Nobelpreises für Physiologie oder Medizin an Lauterbur und Mansfield für ihre Beiträge zur Erfindung der Magnetresonanz-Bildgebung gewürdigt. Die Vorteile bestehen in einem hervorragenden Weichgewebekontrast, einer hohen räumlichen Auflösung sowie einer guten Patientenverträglichkeit. Letztere liegt darin begründet, dass keine ionisierende Strahlung verwendet wird und bei Untersuchungen weitgehend auf eine Verabreichung von Kontrastmitteln verzichtet werden kann.

In den letzten Jahren ist die Magnetresonanz-Bildgebung auch für die Neurowissenschaften zu einem festen Werkzeug geworden, mit dessen Hilfe wesentliche Erkenntnisse gewonnen werden konnten. Eines der Hauptanwendungsgebiete liegt hierbei in der Durchführung funktioneller Untersuchungen, die u.a. eine Lokalisierung von neuronaler Aktivität ermöglichen. Es ist zu erwarten, dass auf diesem Gebiet auch in den nächsten Jahren insbesondere durch die Kombination von Magnetresonanz-Bildgebung mit anderen Untersuchungsverfahren wie EEG^1 oder TMS^2 erhebliche Fortschritte erzielt werden können.

Die Hauptanforderungen an ein Magnetresonanz-basiertes Bildgebungsverfahren bestehen in einer hohen Akquisitionsgeschwindigkeit und möglichst geringen Bildartefakten. Bei medizinisch diagnostischer Bildgebung steht üblicherweise die Bildqualität im Vordergrund und es werden hier Verfahren wie *FLASH* (engl. *Fast Low Angle Shot*) eingesetzt, die auf diese Eigenschaft optimiert sind. Funktionelle Hirnuntersuchungen, aber auch diagnostische Untersuchungen an sich stark bewegenden Organen erfordern dagegen in erster Linie kurze Aufnahmezeiten. Für diese Zwecke wird zur Zeit fast ausschließlich die *Echo-Planar-Tomographie* (engl. *Echo Planar Imaging, EPI*) verwendet, mit der Schichtaufnahmen in weniger als 50 ms erstellt werden können. Die hohe Akquisitionsgeschwindigkeit erfolgt jedoch auf Kosten der räumlichen Auflösung und der

¹ Elektro-Enzephalographie

² Transkranielle Magnetstimulation

Bildqualität. Die Aufnahmen sind teilweise stark mit Artefakten behaftet, sodass die Interpretation häufig problematisch ist.

Bereits seit Ende der achtziger Jahre gibt es Veröffentlichungen über eine alternative schnelle Bildgebungsmethode, bei der die Aufnahme der Daten, anders als bei EPI, durch eine spiralförmige Abtastung erfolgt. Das Verfahren verspricht eine effizientere Aufnahme der Messdaten sowie eine geringere Empfindlichkeit gegenüber Bewegungen des Messobjektes. Aufgrund der höheren technischen Anforderungen wurde das Verfahren jedoch bisher nur von sehr wenigen Arbeitsgruppen verwendet und ist auch kommerziell nicht verfügbar.

Ziel der vorliegenden Arbeit war die Implementierung dieses Verfahrens auf einem modernen 3 Tesla MR-System sowie die systematische Untersuchung, ob das Verfahren im Hinblick auf neurowissenschaftliche Anwendungen eine geeignete Alternative zu dem bestehenden EPI Verfahren darstellt. Hierbei wurde der Ansatz gewählt, die möglichen Ursachen der experimentell beobachteten Artefakte jeweils mit Hilfe von Simulationen zu untersuchen, um die unterschiedlichen Bildartefakte, mit denen eine reale Aufnahme behaftet ist, klassifizieren und abgrenzen zu können. Für diesen Zweck wurde im Rahmen der Arbeit eine Umgebung aus Softwaremodulen entwickelt, welche die Simulation und reale Messung unter gleichen Parametern ermöglicht. Um einen direkten Vergleich mit anderen Verfahren ziehen zu können und einen Zusammenhang zwischen den Ursachen der jeweils auftretenden Artefakte herzustellen, wurden neben der Spiral-Tomographie parallel stets auch die konventionellen Verfahren EPI und FLASH betrachtet.

Kapitel 2

Grundlagen der Magnetresonanz-Bildgebung

In diesem Kapitel sollen die Grundlagen der Magnetresonanz-Bildgebung kurz dargestellt werden. Hierbei soll die Diskussion auf die für das Verständnis der vorliegenden Arbeit relevanten Aspekte beschränkt werden. Eine umfangreiche Darstellung findet sich beispielsweise in [1] oder [2].

2.1 Physikalische Grundlagen

2.1.1 Quantenmechanische Betrachtung des Protonenspins

Bereits zu Beginn des 20. Jahrhunderts gelang es durch verschiedene Experimente, wie z.B. den Stern-Gerlach-Versuch, Phänomene nachzuweisen, die klassisch nicht erklärbar sind und die Postulation einer weiteren Teilcheneigenschaft, den *Spin*, erforderten. Pauli hat hierzu eine Theorie entwickelt, welche die quantenmechanische Beschreibung des Spins durch Hinzufügen einiger Postulate mit dem bestehenden Gerüst der nicht-relativistischen Quantenmechanik ermöglicht.

Aus experimentellen Befunden ist bekannt, dass der Spin von Elektronen und Protonen, die im Falle der Magnetresonanz-Bildgebung für die Erzeugung des Signals verantwortlich sind, bezüglich einer Vorzugsrichtung nur zwei mögliche Eigenzustände annehmen kann: "Spin nach oben" oder "Spin nach unten". Da der Spinzustand von den Ortsfreiheitsgraden unabhängig sein kann, muss der Hilbertraum der Ortswellenfunktionen um einen Raum erweitert werden, welcher den zusätzlichen Spinzustand beschreibt. Formal entspricht dieser erweiterte Zustandsraum dem Tensorprodukt aus dem normalen Ortszustandsraum mit einem zweidimensionalen¹ Spinzustandsraum. Die Elemente des

¹ Dies trifft nur auf Teilchen mit Spin 1/2 zu. Allgemein ist die Dimension des Spinzustandsraumes eines Teilchens mit Spin s gleich 2s + 1, jedoch soll in diesem Rahmen nur das Proton mit Spin s = 1/2 betrachtet werden.

erweiterten Zustandsraumes nennt man Spinoren:

$$\varphi(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} \phi_{\uparrow}(\mathbf{r}) \\ \phi_{\downarrow}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} .$$
(2.1)

Für den zum Spinor $\varphi(\mathbf{r})$ adjungierten Spinor $\varphi^{\dagger}(\mathbf{r})$ gilt

$$\varphi^{\dagger}(\mathbf{r}) = \left(\begin{array}{cc} \phi_{\uparrow}^{*}(\mathbf{r}) & \phi_{\downarrow}^{*}(\mathbf{r}) \end{array} \right) , \qquad (2.2)$$

wobei ϕ_{\uparrow}^* und ϕ_{\downarrow}^* die zu den Wellenfunktionen adjungierten Funktionen sind. Als Skalarprodukt aus zwei Spinoren φ und φ' ergibt sich somit:

$$\langle \varphi | \varphi' \rangle = \int \varphi^{\dagger}(\mathbf{r}) \varphi'(\mathbf{r}) \ d^{3}\mathbf{r} = \int \left(\begin{array}{cc} \phi_{\uparrow}^{*}(\mathbf{r}) & \phi_{\downarrow}^{*}(\mathbf{r}) \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \phi_{\uparrow}'(\mathbf{r}) \\ \phi_{\downarrow}'(\mathbf{r}) \end{array} \right) \ d^{3}\mathbf{r}$$
$$= \int \phi_{\uparrow}^{*}(\mathbf{r}) \phi_{\uparrow}'(\mathbf{r}) + \phi_{\downarrow}^{*}(\mathbf{r}) \phi_{\downarrow}'(\mathbf{r}) \ d^{3}\mathbf{r} \ .$$
(2.3)

Da der Spin den Charakter eines Drehimpulses besitzt, definiert man analog zum Bahndrehimpuls Spinoperatoren $\hat{\mathbf{s}} = (\hat{s}_x, \hat{s}_y, \hat{s}_z)$, die nur im Spinzustandsraum wirken und die Eigenschaften von Drehimpulsoperatoren

$$[\hat{s}_i, \hat{s}_j] = \epsilon_{ijk} \ i\hbar \ \hat{s}_k \ , \tag{2.4}$$

$$\hat{\mathbf{s}}^2 \,\phi(\mathbf{r}) = \frac{3}{4} \hbar^2 \,\phi(\mathbf{r}) \,, \qquad (2.5)$$

$$\hat{s}_z \begin{pmatrix} \phi_{\uparrow}(\mathbf{r}) \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\hbar \begin{pmatrix} \phi_{\uparrow}(\mathbf{r}) \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \hat{s}_z \begin{pmatrix} 0 \\ \phi_{\downarrow}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} = -\frac{1}{2}\hbar \begin{pmatrix} 0 \\ \phi_{\downarrow}(\mathbf{r}) \end{pmatrix}, \qquad (2.6)$$

besitzen, wobei $[\cdot, \cdot]$ der Kommutator und ϵ_{ijk} der total antisymmetrische Tensor zweiter Stufe ist.

Diese Eigenschaften lassen sich auf dem erweiterten Raum der Wellenfunktionen realisieren, indem man die *Pauli-Matrizen*

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \qquad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \qquad (2.7)$$

einführt und die Spinoperatoren mit den Pauli-Matrizen darstellt:

$$\hat{s}_x = \frac{\hbar}{2} \sigma_x , \qquad \hat{s}_y = \frac{\hbar}{2} \sigma_y , \qquad \hat{s}_z = \frac{\hbar}{2} \sigma_z .$$
 (2.8)

Falls der Spinzustand und der Ortszustand unkorreliert sind, gilt für die Ortswellenfunktionen $\phi_{\uparrow} = c_{\uparrow}\phi$ und $\phi_{\downarrow} = c_{\downarrow}\phi$, wobei c_{\uparrow} und c_{\downarrow} komplexe Zahlen sind. Der zugehörige Spinor nimmt dabei die einfache Form

$$\varphi(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} \phi_{\uparrow}(\mathbf{r}) \\ \phi_{\downarrow}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} = \phi(\mathbf{r}) \begin{pmatrix} c_{\uparrow} \\ c_{\downarrow} \end{pmatrix}$$
(2.9)

an, wovon fortan ausgegangen wird.

Mit dem hier eingeführten Formalismus soll im nächsten Abschnitt das Verhalten eines Spins im Magnetfeld beschrieben werden.

2.1.2 Betrachtung des Spins im konstanten Magnetfeld

Mit dem Spin eines Protons ist ein magnetisches Moment verknüpft, welches parallel zum Spin ist:

$$\boldsymbol{\mu} = \gamma \, \hat{\mathbf{s}} \;, \tag{2.10}$$

wobe
i γ das gyromagnetische Verhältnis ist. Oftmals verwendet man anstelle vo
n γ auch die Konstante

$$\gamma = \frac{\gamma}{2\pi} \,. \tag{2.11}$$

Aus der Elektrodynamik ergibt sich für die Energie eines Spins im homogenen Magnetfeld $\mathbf{B} = (B_x, B_y, B_z)$:

$$V_s = -\boldsymbol{\mu} \mathbf{B} , \qquad (2.12)$$

woraus man mit (2.10) für die zeitunabhängige Schrödinger-Gleichung zur Energie E

$$\hat{H}\,\varphi = \gamma \mathbf{B}\hat{\mathbf{s}}\,\varphi = E\,\varphi \tag{2.13}$$

erhält, wobei φ eine Wellenfunktion aus dem erweiterten Raum ist. Einsetzen der Definition der Spinoperatoren gemäß (2.8) liefert:

$$\gamma \mathbf{B}\hat{\mathbf{s}}\,\varphi = \gamma (B_x \hat{s}_x + B_y \hat{s}_y + B_z \hat{s}_z)\,\varphi = \gamma \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} B_z & B_x - iB_y \\ B_x + iB_y & -B_z \end{pmatrix}\varphi \,. \tag{2.14}$$

Wählt man die Orientierung des Magnetfeldes in z-Richtung, d.h. $\mathbf{B} = (0, 0, B_z)$, so ergibt sich für die Schrödinger-Gleichung:

$$\gamma \mathbf{B}\hat{\mathbf{s}}\,\varphi = \gamma \frac{\hbar}{2} B_z \begin{pmatrix} 1 & 0\\ 0 & -1 \end{pmatrix} \varphi \stackrel{!}{=} E\,\varphi \;. \tag{2.15}$$

Unter Verwendung der Eigenschaft (2.6) folgt für die Eigenzustände des Hamiltonoperators

$$E_{\uparrow} = \gamma \frac{\hbar}{2} B_z \qquad E_{\downarrow} = -\gamma \frac{\hbar}{2} B_z , \qquad (2.16)$$

was bedeutet, dass die Energiedifferenz zwischen beiden Zuständen $\Delta E = \gamma \hbar B_z$ beträgt. Die zugehörigen Eigenfunktionen seien mit φ_{\uparrow} und φ_{\downarrow} bezeichnet.

Betrachtet man die zeitabhängige Schrödinger-Gleichung, so kann man die zeitliche Entwicklung des Spins ermitteln:

$$\hat{H}\varphi = \gamma \mathbf{B}\hat{\mathbf{s}}\varphi = i\hbar\frac{d\varphi}{dt}.$$
(2.17)

Eine allgemeine Lösung erhält man durch Linearkombination der aus der zeitunabhängigen Gleichung gewonnenen Lösungen:

$$\varphi(t) = a_1 e^{-iE_{\uparrow}t/\hbar} \varphi_{\uparrow} + a_2 e^{-iE_{\downarrow}t/\hbar} \varphi_{\downarrow} = a_1 e^{-i\omega_0 t/2} \varphi_{\uparrow} + a_2 e^{i\omega_0 t/2} \varphi_{\downarrow} , \qquad (2.18)$$

wobei $\omega_0 = \gamma B_z$ gilt. Mit $\alpha_1 = a_1 e^{-i\omega_0 t/2}$ und $\alpha_2 = a_2 e^{i\omega_0 t/2}$ lässt sich diese Wellenfunktion aufgrund von (2.9) schreiben als:

$$\varphi = \varphi' \left(\begin{array}{c} \alpha_1\\ \alpha_2 \end{array}\right) \ . \tag{2.19}$$

Aussagen über die zeitliche Entwicklung des Spins erhält man nun, indem man die Erwartungswerte der Spinkomponenten berechnet:

$$\langle \hat{s}_{z} \rangle = \langle \varphi | \hat{s}_{z} | \varphi \rangle = \int \varphi'^{*} \left(\begin{array}{cc} \alpha_{1}^{*} & \alpha_{2}^{*} \end{array} \right) \frac{\hbar}{2} \left(\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{array} \right) \varphi' \left(\begin{array}{cc} \alpha_{1} \\ \alpha_{2} \end{array} \right) d^{3} \mathbf{r}$$

$$= \frac{\hbar}{2} \int \varphi' \varphi'^{*} \left(\begin{array}{cc} \alpha_{1}^{*} & \alpha_{2}^{*} \end{array} \right) \left(\begin{array}{cc} \alpha_{1} \\ -\alpha_{2} \end{array} \right) d^{3} \mathbf{r} = \frac{\hbar}{2} (\alpha_{1}^{*} \alpha_{1} + \alpha_{2}^{*} \alpha_{2})$$

$$= \frac{\hbar}{2} (|\alpha_{1}|^{2} + |\alpha_{2}|^{2}) .$$

$$(2.20)$$

Die Wellenfunktionen fallen hierbei aufgrund der Normierung der Elemente des Hilbertraumes weg. Für die x- und y-Komponente ergibt sich auf gleichem Weg:

$$\langle \hat{s}_x \rangle = \frac{\hbar}{2} (\alpha_1 \alpha_2^* + \alpha_1^* \alpha_2) = \hbar a_1 a_2 \cos(\omega_0 t) ,$$
 (2.21)

$$<\hat{s}_{y}>=\frac{\hbar}{2}(\alpha_{1}\alpha_{2}^{*}-\alpha_{1}^{*}\alpha_{2})=\hbar a_{1}a_{2}\sin(\omega_{0}t)$$
 (2.22)

Man sieht, dass der Erwartungswert der z-Komponente des Spins zeitlich konstant bleibt, während der Spin in der transversalen xy-Ebene eine Präzessionsbewegung mit der Frequenz $f_L = \frac{\omega_0}{2\pi} = \gamma B_z$ ausführt. Diese Frequenz wird *Larmorfrequenz* genannt.

2.1.3 Betrachtung des Spins in einem zusätzlichen, transversalen zeitabhängigen Magnetfeld

Es soll nun betrachtet werden, wie sich der Spin verhält, wenn zusätzlich zu dem in z-Richtung konstanten Magnetfeld ein zeitlich veränderliches Feld in transversaler Richtung geschaltet wird. Das jetzt betrachtete Magnetfeld setzt sich somit aus zwei Komponenten zusammen:

$$\mathbf{B}(t) = \mathbf{B_0} + \mathbf{B_s}(t) , \qquad (2.23)$$

wobei $\mathbf{B}_0 = (0, 0, B_z)$ und $\mathbf{B}_s(t) = (B_x(t), B_y(t), 0)$ ist. Bei einem derartigen Feld muss man davon ausgehen, dass auch die Koeffizienten a_1 und a_2 in Gleichung (2.18) zeitabhängig sind, sodass mit $\beta_1 = b_1(t)e^{-i\omega_0 t/2}$ und $\beta_2 = b_2(t)e^{i\omega_0 t/2}$ gilt:

$$\varphi = \varphi' \left(\begin{array}{c} \beta_1(t) \\ \beta_2(t) \end{array} \right) . \tag{2.24}$$

Für die zeitabhängige Schrödinger-Gleichung ergibt sich daraus:

$$\gamma \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} B_z & B_x - iB_y \\ B_x + iB_y & -B_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = i\hbar \begin{pmatrix} \dot{\beta}_1 \\ \dot{\beta}_2 \end{pmatrix} , \qquad (2.25)$$

woraus man die zwei Gleichungen

$$\frac{\gamma}{2}(\beta_1 B_z + \beta_2 (B_x - iB_y)) = i\beta_1$$

$$\frac{\gamma}{2}(\beta_1 (B_x + iB_y) + \beta_2 B_z) = i\dot{\beta}_2$$
(2.26)

erhält. Unter Wahl eines transversal oszillierenden Magnetfeldes $B_x \pm iB_y = Fe^{\pm i\omega t}$ sowie durch Einsetzen der Definition von ω_0 , β_1 und β_2 ergibt sich das Gleichungssystem:

$$\dot{b}_1 = -i\frac{\gamma}{2}Fe^{-i(\omega-\omega_0)t}b_2$$

$$\dot{b}_2 = -i\frac{\gamma}{2}Fe^{i(\omega-\omega_0)t}b_1 . \qquad (2.27)$$

Für den einfachen Fall $\omega = \omega_0$ und mit Definition von $\Omega = \frac{\gamma}{2}F$ gehen diese Gleichungen in die Form

$$\dot{b}_1 = -i\Omega b_2$$

$$\dot{b}_2 = -i\Omega b_1 \tag{2.28}$$

über und man kann direkt sehen, dass dieses System durch den Ansatz

$$b_1 = c \cdot \sin(\Omega t + \Phi) \qquad b_2 = ic \cdot \cos(\Omega t + \Phi) \tag{2.29}$$

gelöst wird. Durch die geforderte Normierung der Wellenfunktion sowie eine entsprechende Wahl des Zeit-Nullpunktes fallen die Konstanten c und Φ aus den Gleichungen weg und es ergibt sich als allgemeine Wellenfunktion:

$$\varphi(t) = \sin(\Omega t)e^{-i\omega_0 t/2}\varphi_{\uparrow} + i\cos(\Omega t)e^{i\omega_0 t/2}\varphi_{\downarrow} . \qquad (2.30)$$

Aus dieser Funktion kann man wie im vorigen Abschnitt durch Berechnung der Erwartungswerte der Spinoperatoren eine Aussage über die zeitliche Entwicklung der Spinkomponenten gewinnen. Es ergibt sich:

$$\langle \hat{s}_x \rangle = -\frac{\hbar}{2}\sin(2\Omega t)\sin(\omega_0 t)$$
 (2.31)

$$\langle \hat{s}_y \rangle = \frac{\hbar}{2} \sin(2\Omega t) \cos(\omega_0 t)$$
 (2.32)

$$\langle \hat{s}_z \rangle = -\frac{\hbar}{2}\cos(2\Omega t) . \qquad (2.33)$$

Man sieht, dass der Spin wie im vorigen Fall in der Transversalebene eine Präzessionsbewegung ausführt. Dieser Bewegung überlagert sich eine von dem zusätzlich geschalteten Magnetfeld abhängige Nutationsbewegung, d.h. ein Umklappen des Spins bezüglich der z-Achse. Durch zeitlich begrenztes Hinzuschalten eines transversal oszillierenden Feldes kann der Spin somit geneigt werden, wobei der Kippwinkel durch die Schaltdauer und Stärke des Feldes bestimmt wird.

2.1.4 Bloch-Gleichung

Ausgehend von den Gleichungen (2.31) bis (2.33) kann man die zeitliche Entwicklung des Spins direkt berechnen. Durch Differenzieren und einfache Umformungen erhält man die Gleichungen:

$$\frac{d}{dt} < \hat{s}_x > = \gamma < \hat{s}_y > B_z - \gamma < \hat{s}_z > B_y$$
(2.34)

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{s}_y \rangle = \gamma \langle \hat{s}_z \rangle B_x - \gamma \langle \hat{s}_x \rangle B_z$$
(2.35)

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{s}_z \rangle = \gamma \langle \hat{s}_x \rangle B_y - \gamma \langle \hat{s}_y \rangle B_x , \qquad (2.36)$$

welche sich in vektorieller Form als

$$\frac{d}{dt} < \hat{\mathbf{s}} >= \gamma < \hat{\mathbf{s}} > \times \mathbf{B} .$$
(2.37)

schreiben lassen. Das klassische Analogon dieser Gleichung für die makroskopische Magnetisierung wurde 1946 von BLOCH um zwei phänomenologische Terme erweitert, die die Wechselwirkungen mit der Umgebung beschreiben [3]. Hierbei muss von dem Modell eines einzelnen Spins zu dem Modell eines Spinsystems übergegangen werden, um die Wechselwirkung zwischen den Spins berücksichtigen zu können. Der dabei betrachtete Erwartungswert ist der über das Spinsystem gemittelte Erwartungswert der Spinoperatoren. Die erweiterte Gleichung wird als *Bloch-Gleichung* bezeichnet:

$$\frac{d}{dt} < \mathbf{\hat{s}} >= \gamma < \mathbf{\hat{s}} > \times \mathbf{B} + \begin{pmatrix} -\frac{1}{T_2} < \hat{s}_x > \\ -\frac{1}{T_2} < \hat{s}_y > \\ \frac{s_0 - \langle \hat{s}_z \rangle}{T_1} \end{pmatrix} .$$
(2.38)

Die in der Gleichung enthaltene Zeitkonstante T_1 ist die sogenannte Spin-Gitter-Relaxationszeit, welche das durch Abgabe von Energie an das Gitter hervorgerufene Zurückfallen in den energetisch niedrigeren Zustand nach einer Anregung der Spins beschreibt. Anschaulich entspricht dieser Prozess dem Zurückklappen der Spins nach einer vorherigen Auslenkung, was eine Abnahme der transversalen und Zunahme der longitudinalen Magnetisierung zur Folge hat. Die longitudinale Magnetisierung entspricht dabei der in Richtung des statischen Magnetfeldes zeigenden Komponente des magnetischen Moments und die transversale Magnetisierung dem dazu orthogonalen Anteil. Die Spin-Spin-Relaxationszeit T_2 beschreibt Wechselwirkungen zwischen den Spins, welche einen Verlust der Phasenkohärenz innerhalb des Spinsystems zur Folge haben. Dadurch nimmt die transversale Magnetisierung ab.

2.1.5 Zusammenfassung

In den letzten Abschnitten wurde dargestellt, wie der Protonenspin mit Hilfe der Quantenmechanik beschrieben werden kann. Es wurde gezeigt, dass der Spin in einem konstanten Magnetfeld mit einer von der Flussdichte des Magnetfeldes abhängigen Frequenz präzediert, sofern er nicht in Richtung des konstanten Magnetfeldes ausgerichtet ist. Durch Erzeugung eines zusätzlichen, transversal oszillierenden Magnetfeldes kann der präzedierende Spin geneigt werden. Bedingt durch Energieaustausch mit der Umgebung klappt der Spin mit der Zeitkonstante T_1 in die longitudinale Ausgangslage zurück. Ferner kommt es zu einer durch die Zeitkonstante T_2 charakterisierten Dephasierung benachbarter Spins. Das klassische Analogon zu diesem Verhalten ist ein Kreisel, auf den Kräfte wirken. Für Anwendungen der Magnetresonanz ist es ausreichend, dieses semi-klassische Modell eines präzedierenden Kreisels zu betrachten. Nachdem das Modell nun quantenmechanisch gerechtfertigt wurde, soll in dem nächsten Abschnitt dargestellt werden, wie die Magnetresonanz praktisch induziert und gemessen werden kann.

2.2 Messung der Magnetresonanz

Zur Schaffung der beschriebenen Ausgangslage wird das zu untersuchende Objekt in ein statisches homogenes Magnetfeld in z-Richtung gebracht. Dadurch kommt es zu einer Ausrichtung der Spins entlang der z-Richtung. Zur Erzeugung des Magnetfeldes werden für Humanuntersuchungen supraleitende Magneten mit Feldstärken von 0.2 Tesla bis 3.0 Tesla oder sogar höher verwendet.

Um eine Auslenkung der Spins aus der Ruhelage zu erreichen, wird mit einer Spule, die das Objekt umschließt, eine zirkular polarisierte elektromagnetische Welle mit Larmorfrequenz eingestrahlt. Man bezeichnet diesen Vorgang als *Hochfrequenzanregung*.

Da mit den präzedierenden Spins ein magnetisches Moment verbunden ist, induzieren diese nach der Anregung in einer zur Transversalmagnetisierung orthogonal aufgestellten Spule einen messbaren Strom. Durch die Verwendung zweier orthogonal zueinander stehenden Spulen oder durch den Abgleich mit einem Referenzsignal kann daraus ein komplexes Signal gewonnen werden. Aus der aufgenommenen Zeitreihe lässt sich deshalb sowohl der Amplitudenverlauf als auch der Phasenverlauf bestimmen. Häufig wird für die Aufnahme des induzierten Signals die gleiche Spule verwendet wie für die Anregung.

2.3 Gradientenfelder

Unter einem Gradientenfeld oder Gradient versteht man im Kontext der MR-Bildgebung zusätzliche Magnetfelder, die mit variabler Feldstärke jeweils in alle drei Raumrichtungen geschaltet werden können. Der Name Gradient resultiert daher, dass diese zusätzlichen Felder nicht homogen sind, sondern sich die Feldstärke linear mit dem Abstand vom Isozentrum des statischen Magnetfeldes ändert. Die Gradienten werden mit $\mathbf{G} = (G_x, G_y, G_z)$ bezeichnet, und für das von den Gradienten erzeugte Magnetfeld gilt:

$$\mathbf{B}_{G}(x, y, z) = \begin{pmatrix} G_{x}x \\ G_{y}y \\ G_{z}z \end{pmatrix} .$$
(2.39)

Die maximale Gradientenstärke sowie die maximale Steigung, mit der die Gradienten eingeschaltet werden können (im Englischen mit *Slewrate* bezeichnet), sind hierbei durch die Leistungsfähigkeit des verwendeten Gradientensystems beschränkt.

Aus den Maxwell-Gleichungen folgt, dass ein Magnetfeld ein quellen- und senkenfreies Feld ist. Demnach kann es kein reines Gradientenfeld geben und es treten stets Abweichungen von den theoretischen Gradientenfeldern auf. Diese *Begleitfelder* haben auf die meisten MR-Bildgebungsverfahren nur einen vernachlässigbaren Einfluss, können jedoch bei schneller Bildgebung Artefakte verursachen, die in Abschnitt 6.3 näher untersucht werden.

Schaltet man ein Gradientenfeld, so bewirkt es eine ortsabhängige Änderung der Präzessions- bzw. Resonanzfrequenz der Spins, da diese linear von der magnetischen Flussdichte abhängig ist. Die Frequenzverschiebung am Ort \mathbf{x} beträgt

$$\Delta\omega(\mathbf{x}) = \gamma \,\mathbf{G} \cdot \mathbf{x} \,. \tag{2.40}$$

Schaltet man das Gradientenfeld anschließend wieder aus, so ist die Frequenzverschiebung aufgehoben, jedoch verbleibt eine ortsabhängige Phasenlage der Spins, da die Spins während der vergangenen Zeitperiode eine Präzession mit unterschiedlicher Frequenz ausgeführt haben. Dieses Prinzip ist die Grundlage für die Ortsauflösung in der MR-Bildgebung.

2.4 Signaltypen

2.4.1 Freier Induktionsabfall

Regt man eine Probe durch das Einstrahlen einer Hochfrequenzwelle an, so kann mit einer Aufnahmespule das von den Spins induzierte Signal gemessen werden. Die Wechselwirkungsanteile in der Blochgleichung beschreiben ein mit der Relaxationszeit T_2 exponentiell abklingendes Signal, das man als *freien Induktionsabfall* (engl. *Free Induction Decay*, *FID*) bezeichnet. In der Praxis tritt tatsächlich ein exponentielles Abfallen der Amplitude auf, jedoch ist die Signalabnahme stärker als erwartet. Dieser Effekt resultiert aus unvermeidbaren Inhomogenitäten des statischen Magnetfeldes, welche mit einer weiteren Dephasierung der signalgebenden Spins verbunden sind. Man führt deshalb zusätzlich zu der T_2 Zeitkonstante die *effektive Zeitkonstante* T_2^* ein, welche durch die Abklingkonstante des gemessenen Signals festgelegt ist.

2.4.2 Gradientenecho

Durch das Schalten von Gradientenfeldern kann, wie in Abschnitt 2.3 beschrieben, eine ortsabhängige Änderung der Präzessionsfrequenz erreicht werden. Durch das Präzedieren unter verschiedenen Frequenzen geht die Kohärenz der Spins verloren. Diese Dephasierung bewirkt eine Abnahme der Signalintensität, da es zu destruktiver Überlagerung kommt. Die Dephasierung bzw. Signalabnahme ist hierbei umso stärker, je größer die Gradientenamplitude ist, sowie je länger der Gradient eingeschaltet bleibt.

Ein durch Gradienten dephasiertes Signal kann wieder rephasiert werden, indem das für die Dephasierung verantwortliche Gradientenfeld mit umgekehrtem Vorzeichen eingeschaltet wird. Der Dephasierungsprozess ist genau dann wieder aufgehoben, wenn das Zeitintegral über die Gradientenamplitude des Rephasierungsprozesses gleich dem Zeitintegral über die Gradientenamplitude des Dephasierungsprozesses ist. Die Signalamplitude hat in diesem Punkt ein Maximum und man spricht von einem *Gradientenecho* (engl. *Gradient Recalled Echo*, *GRE*). Bleibt der Rephasierungsgradient länger eingeschaltet, so kommt es zu einer Dephasierung in umgekehrter Richtung und die Signalamplitude nimmt wieder ab.

Unabhängig von den durch die Gradienten verursachten De- und Rephasierungen unterliegt das Signal stets den bereits aufgeführten Abklingmechanismen. Die Signalamplitude eines Gradientenechos ist deshalb notgedrungen kleiner als das FID-Signal unmittelbar nach der Anregung. Durch mehrfach wiederholtes De- und Rephasieren des Signals kann man deshalb eine Folge von Gradientenechos erzeugen, deren Amplituden mit der T_2^* Relaxationszeit abfallen.

2.4.3 Spinecho

In Abschnitt 2.1.3 wurde gezeigt, dass der Nutationswinkel der präzedierenden Spins durch Dauer und Amplitude der eingestrahlten Hochfrequenzwelle beliebig eingestellt werden kann. Befinden sich die Spins in Ruhelage, so können die Spins durch Schalten eines 90° -Pulses in die Transversalebene gekippt werden, was zu einem maximalen Signal führt. Anschließend kommt es zu der bereits beschriebenen fortlaufenden Dephasierung, was mit Signalabfall verbunden ist. Schaltet man während dieses Prozesses einen 180° -Puls, so kann die durch lokale Inhomogenitäten bedingte Dephasierung rückgängig gemacht werden.

Durch den 180°-Puls werden die Spins in ihrer Orientierung gespiegelt. Dadurch liegen die Spins mit höherer Präzessionsfrequenz in ihrer Phasenentwicklung hinter der Phasenentwicklung der langsamer präzedierenden Spins und es kommt nun zu einer Annäherung der Phasenlage. Nach genau dem Zeitabstand zwischen den Mittelpunkten des 90° und 180°-Pulses stimmen die Phasenlagen von langsamen und schnellen Spins wieder überein und es entsteht ein Signalmaximum, was als *Spinecho* (*SE*) bezeichnet wird. Anschließend überholen die schnellen Spins die langsameren und es tritt erneut Dephasierung ein.

Mit der Spinecho-Technik können prinzipiell die Effekte kompensiert werden, die auch für die Abweichung der T_2^* Relaxationszeit von der T_2 Relaxationszeit verantwortlich sind. Hierzu zählen Inhomogenitäten des statischen Magnetfeldes sowie lokale, objektbedingte magnetische Momente, die für die schnelle Bildgebung ein großes Problem darstellen. Für eine beliebige Anwendung von Spinechos besteht jedoch die Schwierigkeit, dass die 180°-Pulse mit einer hohen HF-Belastung für den Patienten verbunden sind, da die Energie quadratisch mit dem Kippwinkel des Pulses ansteigt. Dieses kann zu einer Erwärmung des Gewebes durch Energiedissipation führen. Für schnelle Bildgebungsverfahren, die mit einer hohen Repetitionsrate arbeiten, eignet sich die Spinecho-Technik deshalb nur bedingt. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden daher nur auf Gradientenechos basierende Verfahren betrachtet.

2.5 Ortsauflösung

Die Ortsauflösung bei der MR-Bildgebung läuft üblicherweise in zwei Schritten ab: zunächst wird eine Schicht durch gezielte Anregung ausgewählt, welche dann anschließend durch das Schalten von Gradienten in der Schichtebene aufgelöst wird. Dieses Vorgehen nennt man 2D Bildgebung. Neben schichtselektiver 2D Bildgebung gibt es die Möglichkeit, die Ortsauflösung mit einer Volumenanregung und dem Schalten eines zusätzlichen ortskodierenden Gradienten zu realisieren, was als 3D Bildgebung bezeichnet wird. Die 3D Bildgebung soll im Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht betrachtet werden, da mit ihren Methoden keine schnelle Bildgebung geleistet werden kann.

2.5.1 Schichtselektive Anregung

Schaltet man einen Gradienten, etwa in z-Richtung, so herrscht im Objekt an jeder z-Position eine andere magnetische Flussdichte und demnach auch eine je nach z-Position unterschiedliche Resonanz-Frequenz der Spins. Erzeugt man bei eingeschaltetem z-Gradienten eine HF-Welle mit diskreter Frequenz, so stimmen die Frequenz der Welle und die Larmorfrequenz nur an einer z-Position überein und nur die Spins in dieser durch die z-Position definierten Ebene werden angeregt. Das anschließend von den Spins induzierte Signal stammt somit nur aus dieser Schicht, wodurch eine Ortsauflösung in der ersten Dimension gegeben ist.

In der Praxis besteht das Problem der Wahl der Wellenform für die HF-Anregung, weil es nicht möglich ist, einen HF-Puls mit diskreter Frequenz bei endlicher Dauer zu erzeugen und daher immer eine gewisse Bandbreite vorhanden ist. Ein Zusammenhang zwischen Pulsform und Schichtprofil erhält man über die Bloch-Gleichung oder näherungsweise durch Fouriertransformation des Pulses. Dieser Zusammenhang resultiert daraus, dass durch die Linearität der Gradientenfelder eine direkte Verbindung zwischen Resonanzfrequenz und Ort hergestellt ist. Man verwendet oftmals einen abgeschnittenen, gefilterten Sinc-Puls, weil die Fouriertransformierte der Sinc-Funktion die Rechteck-Funktion ist. Die Dicke der angeregten Schicht kann wahlweise durch Änderung der Bandbreite des Pulses oder durch Änderung der Amplitude des während der Anregung eingeschalteten Gradienten, dem *Schichtgradienten*, gewählt werden.

Nach der Anregung der Schicht wird der Schichtselektionsgradient wieder ausgeschaltet, sodass die Larmorfrequenz im gesamten Objekt einheitlich ist.

2.5.2 Frequenz- und Phasenkodierung

Das von den Spins der angeregten Schicht induzierte Signal kann durch gezieltes Schalten von Gradienten räumlich aufgelöst werden. Bei den konventionellen MR-Verfahren verläuft dieses in zwei Schritten, der *Frequenz-* und *Phasenkodierung*.

Durch Einschalten eines Gradienten während der Aufnahme des Signals verursacht man eine bezüglich der Gradientenrichtung unterschiedliche Präzessionsfrequenz der angeregten Spins. Da die Präzessionsfrequenz und der Ort eines Spins in einem linearen Zusammenhang stehen, kann man durch Fouriertransformation des aufgenommenen Signals über die Signalfrequenzen auf die Orte der Signalquellen schließen. Je höher der Anteil einer bestimmten Frequenz im Frequenzspektrum ist, desto höher ist die Anzahl der an dem zugehörigen Ort präzedierenden Spins (die *Spindichte*) bzw. desto größer ist deren Transversalmagnetisierung. Durch Kombination von schichtselektiver Anregung und Frequenzkodierung erreicht man eine Auflösung in zwei Dimensionen. Den für die Frequenzkodierung verwendeten Gradienten bezeichnet man als *Lesegradient*, da bei den konventionellen Verfahren nur während der Frequenzkodierung eine Aufnahme des Signals erfolgt.

Die Auflösung der dritten Raumrichtung erfolgt durch einen Phasenkodierungsschritt, der zwischen Anregung und Frequenzkodierung erfolgt. Hierbei wird ein Gradient in der bisher nicht aufgelösten Raumrichtung, der *Phasengradient*, für eine definierte Zeitdauer eingeschaltet und wieder ausgeschaltet. Nach Abschalten des Phasengradienten präzedieren die Spins wieder mit einheitlicher Frequenz. Aufgrund der Präzession mit unterschiedlicher Frequenz während des Phasenkodierungsschrittes besitzen sie jedoch eine bezüglich der Phasenkodierungsrichtung unterschiedliche Phasenlage, woher auch der Name "Phasenkodierung" stammt. Da bei der Aufnahme ein komplexes Signal registriert wird, kann aus der Phasenlage die Ortsauflösung in der dritten Dimension gewonnen werden.

Bei der Phasenkodierung ist zu bedenken, dass das aufgenommene Signal die Superposition des von den einzelnen Spins induzierten Signals ist. Mit Hilfe der Additionstheoreme kann einfach nachgerechnet werden, dass man zwei Spins mit gleicher Frequenz und unterschiedlicher Phasenlage nicht direkt auflösen kann, da sich beide Wellen zu einer Welle überlagern, aus der die einzelnen Phasenlagen nicht mehr ermittelt werden können. Um eine Auflösung zu ermöglichen, ist es erforderlich, die Aufnahme mit unterschiedlicher Amplitude des Phasengradienten je nach gewünschter Auflösungsqualität mehrfach zu wiederholen.

Die bisherige Darstellung der Ortsauflösung ist die historisch gewachsene Betrachtungsweise der Ortsauflösung und eignet sich für die Beschreibung der konventionellen MR-Bildgebungsverfahren. Die Spiral-Tomographie jedoch fügt sich nicht in dieses Schema. Deshalb soll im nächsten Abschnitt ein Formalismus eingeführt werden, der eine allgemeinere Betrachtung der Ortsauflösung ermöglicht und dabei Frequenz- und Phasenkodierung vereinheitlicht.

In Abschnitt 2.3 wurden die Gradienten mit G_x , G_y und G_z bezeichnet. Hierbei handelt es sich um die tatsächlichen, von den Gradientenspulen erzeugten Felder mit Orientierung gemäß des statischen B_0 Feldes. Welche dieser Gradienten als Schicht-, Lese- und Phasengradient gewählt werden, ist beliebig und bestimmt die Orientierung des Bildes. Solange Schicht-, Lese- und Phasengradient orthogonal zueinander stehen, ist es egal, welche tatsächlichen Gradienten ihnen zugeordnet sind, und es ist auch möglich, Überlagerungen der tatsächlichen Gradienten zu wählen. Auf diesem Wege können beliebige Schichtorientierungen realisiert werden. Schicht-, Lese- und Phasengradient werden deshalb als *logische Gradienten* bezeichnet und können je nach gewählter Orientierung durch eine lineare Operation auf G_x , G_y und G_z abgebildet werden. In den folgenden Abschnitten werden daher nur noch die logischen Gradienten betrachtet, welche mit G_s , G_r und G_p abgekürzt werden.

2.5.3 Der k-Raum

In Abschnitt 2.4.2 wurde dargestellt, dass die Spins durch Schalten eines Gradienten dephasiert und durch umgekehrtes Schalten wieder rephasiert werden können. Die Dephasierung kann in jede Raumrichtung durch Wahl des entsprechenden Gradienten durchgeführt werden, und der Dephasierungsgrad hängt von der verwendeten Gradientenamplitude sowie der Einschaltdauer ab. Für diesen richtungsabhängigen Dephasierungsgrad soll nun eine Größe eingeführt werden, die mit *k-Raum Position* $\mathbf{k}(t)$ bezeichnet wird. Bei der 2D Bildgebung handelt es sich hierbei um eine zweidimensionale Größe, wobei eine Koordinate die Dephasierung in Lesegradient-Richtung und die andere die Dephasierung in Phasengradient-Richtung beschreibt. Die k-Raum Position berechnet sich aus den seit der Anregung geschalteten Gradienten mit

$$\mathbf{k}(t) = \gamma \int_{0}^{t} \mathbf{G}(\tau) \, d\tau \;, \qquad (2.41)$$

wobei $\mathbf{G} = (G_r, G_p)$ und $\mathbf{k} = (k_r, k_p)$ ist.

Im vorigen Abschnitt wurde gezeigt, dass sich die Ortsinformation aus dem gemessenen Signal durch eine Fouriertransformation rekonstruieren lässt, da über die Gradienten ein linearer Zusammenhang zwischen Frequenz und Ort hergestellt wird. Das aufgenommene Signal besitzt somit den Charakter der Fouriertransformierten des Objektes, was mit Hilfe des k-Raumes verdeutlicht werden kann.

In der Spule wird von einem angeregten Spin ein Strom induziert, der proportional zu der Transversalkomponente μ_{\perp} seines magnetischen Momentes ist. Sind keine Gradienten eingeschaltet, so präzediert das Moment unter Vernachlässigung von Relaxationseffekten mit konstanter Frequenz ω_0 :

$$\mu_{\perp}(\mathbf{r},t) = \mu_0 \cdot e^{i\omega_0 t} . \tag{2.42}$$

Werden Gradienten eingeschaltet, so kommt es zu einer zusätzlichen orts- und zeitabhängigen Änderung der Phasenlage:

$$\mu_{\perp}(\mathbf{r},t) = \mu_0 \cdot e^{i(\omega_0 t + \varphi(\mathbf{r},t))} = \mu_0 \cdot e^{i\omega_0 t} e^{i\varphi(\mathbf{r},t)} , \qquad (2.43)$$

wobei sich die Anderung der Phasenlage unter Verwendung von Gleichung (2.39) und (2.41) berechnen lässt:

$$\varphi(\mathbf{r},t) = \int_{0}^{t} \Delta \omega(\mathbf{r},\tau) d\tau = \int_{0}^{t} \gamma \mathbf{G}(\tau) \cdot \mathbf{r} d\tau = \gamma \int_{0}^{t} \mathbf{G}(\tau) d\tau \cdot \mathbf{r}$$
$$= \mathbf{k}(t) \cdot \mathbf{r} .$$
(2.44)

Eingesetzt in (2.43) ergibt sich:

$$\mu_{\perp}(\mathbf{r},t) = \mu_0 \cdot e^{i\omega_0 t} e^{i\mathbf{k}(t)\cdot\mathbf{r}} . \qquad (2.45)$$

Bei der Aufnahme überlagern sich die Signale aller angeregten Spins, was mit Hilfe der ortsabhängigen Spindichte $\rho(\mathbf{r})$ ausgedrückt werden kann:

$$\mu_{\perp \text{ges}}(t) = \int \rho(\mathbf{r}) \ \mu_0 \ e^{i\omega_0 t} e^{i\mathbf{k}(t)\cdot\mathbf{r}} \ d^2\mathbf{r} = \mu_0 \ e^{i\omega_0 t} \int \rho(\mathbf{r}) \ e^{i\mathbf{k}(t)\cdot\mathbf{r}} \ d^2\mathbf{r} \ . \tag{2.46}$$

Im Empfänger des MR-Systems wird mit einem Quadratur Detektor die B_0 Resonanzfrequenz $e^{i\omega_0 t}$ automatisch demoduliert, sodass sich das aufgezeichnete Signal mit einem Skalierungsfaktor c als

$$S(t) = c \cdot \int \rho(\mathbf{r}) \, e^{i\mathbf{k}(t)\cdot\mathbf{r}} \, d^2\mathbf{r}$$
(2.47)

schreiben lässt. Man sieht, dass das Signal direkt der gemessenen Fouriertransformierten der Spindichte der angeregten Schicht entspricht. Die k-Raum Position gibt hierbei die jeweils zugehörige Koordinate im Frequenzraum an, was auch den Namen k-Raum begründet.

Ziel einer MR-Bildgebungssequenz ist es nun, durch Schalten von Gradienten die zweidimensionale Fouriertransformierte einer angeregten Schicht geeignet abzutasten, sodass eine Rekonstruktion des Bildes möglich ist. Die Fouriertransformierte wird dabei entlang einer Trajektorie im k-Raum abgetastet, die sich mittels (2.41) aus den Gradienten berechnen lässt. Aus der Gleichung ist ersichtlich, dass die jeweils abgetastete Position des k-Raumes von der gesamten Historie der Gradienten seit Anregung abhängig ist und es nicht möglich ist, innerhalb des k-Raumes zu "springen". Das Abtasten des k-Raumes kann mit einer einzelnen Anregung oder mit mehreren Anregungen erfolgen, wobei man bei jeder Neuanregung im Zentrum des k-Raumes startet, da sich die Spins nach der Anregung in Phase befinden.

In der Darstellung des vorigen Kapitels wurde die Abtastung mit mehreren Anregungen durchgeführt, wobei der Phasenkodierungsschritt durch Variation der Gradientenamplitude zur Positionierung an eine jeweils unterschiedliche Position bezüglich der k_p Koordinate verwendet wurde. Der anschließende Frequenzkodierungsschritt diente zum Abtasten der k-Raum Zeile, indem während der Datenaufnahme eine Bewegung entlang der k_r Koordinate durch Einschalten des Lesegradienten durchgeführt wurde.

Durch Einführung des k-Raum Formalismus wird deutlich, dass große Gemeinsamkeiten zwischen MR-Bildgebung und Fourieroptik bestehen. In der Methodik gibt es daher breite Überschneidungen mit anderen Disziplinen, denen ein Fourier-basierter Ansatz zu Grunde liegt.

2.6 Kontrastmechanismen

Zum Abschluss der Einführung in die MR-Bildgebung soll kurz auf die für den Bildkontrast verantwortlichen Mechanismen eingegangen werden. Wie bereits in Abschnitt 2.5.2 erwähnt, hängt die Amplitude des induzierten Signals von der Spindichte sowie von der während der Aufnahme vorhandenen Transversalmagnetisierung ab. Die Transversalmagnetisierung ist gemäß der Bloch-Gleichung von den Zeitkonstanten T_1 und T_2 bzw. T_2^* abhängig. Durch Variation der Messsequenz können die mit der Signalamplitude in Verbindung stehenden Größen verschieden gewichtet werden, sodass der Bildkontrast mit der jeweils gewählten Größe assoziiert werden kann.

Führt man eine Gradientenecho-basierende Aufnahme direkt nach Anregung der Schicht durch, so ist der Bildkontrast von der Spindichte der jeweiligen Bildregionen dominiert. Fügt man eine Pause zwischen Anregung und Aufnahme ein, so erhält man eine T_2^* -Wichtung, da der Zeitraum zwischen Anregung und Akquisition nun groß ist und das Signal je nach ortsabhängiger T_2^* Zeitkonstante mehr oder weniger stark durch Relaxation abgeklungen ist. Regionen mit starker Spin-Spin-Relaxation erscheinen in den Bildern dunkel, Regionen mit niedriger Relaxation erscheinen hell. Verwendet man ein Spinecho, so kann man eine reine T_2 -Wichtung erreichen, da das Spinecho die zusätzlichen T_2^* Relaxationseffekte kompensiert.

Um eine T_1 -Wichtung zu erreichen, müssen die Repetitionsrate sowie der Kippwinkel hoch gewählt sein. Dies führt dazu, dass nach Ende der Aufnahme noch viel transversale Magnetisierung vorhanden ist. Durch das Schalten von *Spoiler-Gradienten* kann die verbleibende Magnetisierung dephasiert werden, sodass sie effektiv kein Signal mehr erzeugt. Dieser verbleibende Anteil steht allerdings für die nächste Anregung nicht zur Verfügung, da er sich noch in der Transversale befindet. Regionen mit einer geringen T_1 -Relaxation erscheinen in den Bildern deshalb dunkel, weil sich ein großer Anteil der Spins aufgrund des langsamen Zurückklappens bei der Neuanregung noch nicht wieder in der Longitudinale befindet. Regionen mit schneller T_1 -Relaxation erscheinen hingegen hell. T_1 -gewichtete Bilder besitzen daher einen inversen Charakter im Vergleich zu anderen Wichtungen, sie stellen jedoch nicht das Inverse einer T_2 -Wichtung dar. Für den jeweiligen Bildkontrast sind unterschiedliche physikalische Prozesse verantwortlich, wobei die T_1 und T_2 verursachenden Effekte oftmals auch in einem Zusammenhang stehen.

Da die T_1 und T_2 Relaxationszeiten sowie der Protonenanteil für unterschiedliches biologisches Gewebe verschieden sind, erklärt sich der gute MR-Kontrast bei der Untersuchung von Weichgewebe, weshalb die MR-Bildgebung etwa für die Diagnose von Hirntumoren besonders geeignet ist. Auf eine Diskussion der je nach Gewebetyp auf makromolekularer Ebene stattfindenden, für die Relaxationen verantwortlichen Prozesse soll an dieser Stelle verzichtet werden.

Kapitel 3

Methoden und Versuchsaufbau

In diesem Kapitel sollen die methodischen Aspekte der Arbeit besprochen werden. Insbesondere soll die entwickelte Softwareumgebung für die Planung, Durchführung und Rekonstruktion realer Messungen ebenso wie für Simulationen vorgestellt werden. Das Kapitel wurde bewusst vor der Behandlung weiterer theoretischer Grundlagen eingefügt, weil in den folgenden Kapiteln auf die dargestellten Verfahrensweisen fortlaufend zurückgegriffen wird.

3.1 Entwicklung einer Sequenzumgebung

Die im Rahmen der Arbeit entwickelte Softwareumgebung mit dem Arbeitstitel "TWIS-TER" besteht aus einer Reihe von interagierenden Modulen. Ein Übersichtsschema ist in Abbildung 3.1 zu sehen.

Das Modul "Grad_Calc" implementiert die in Kapitel 4 vorgestellten k-Raum Trajektorien und erzeugt eine Datei mit den Spannungswerten, die zum Abfahren der gewählten Trajektorie von dem Gradientenverstärker des MR-Systems geschaltet werden müssen. Die Parameter für die gewünschte Trajektorie entnimmt das Modul aus einer Konfigurationsdatei, auf die auch alle weiteren Module zugreifen. Es können hierbei Trajektorien sowohl mit einer einzelnen Anregung als auch mit mehreren Anregungen realisiert werden, wobei für jede Anregung eine eigene Datei mit Spannungswerten erzeugt wird.

Die berechneten Gradientenschaltungen können mit Hilfe der "TWISTER-Sequenz" auf dem MR-System abgespielt werden, sodass eine reale Messung durchgeführt werden kann. Eine weitergehende Beschreibung der Messsequenz befindet sich in Abschnitt 3.4. Die während der Messung aufgenommenen Rohdaten werden über das Modul "TWIS-TER Dump" auf dem MR-System in einem internen Dateiformat gesichert, welches u.a. Informationen über die Schichtpositionierung enthält. Da auf diesem Wege von dem MR-System keine Rekonstruktionsschritte durchgeführt werden, ist es möglich, dass ein einzelner Rohdatensatz nachträglich mit verschiedenen Verfahren rekonstruiert und verglichen werden kann.



Abb. 3.1: Überblick über die TWISTER Sequenzumgebung.

Alternativ zur Durchführung einer realen Messung kann mit dem Modul "Simulator" der Messvorgang simuliert werden. Hierbei können auch mögliche Messfehler nachgeahmt werden. Eine Beschreibung des verwendeten Simulationsprinzips befindet sich im nächsten Abschnitt. Das Simulator-Modul erzeugt aus den Simulationsdaten eine Datei im gleichen Format wie das "TWISTER Dump" Modul, sodass es für die weiterverarbeitenden Module keinen Unterschied macht, ob die Daten der Messung oder Simulation entstammen.

Das Modul "RCoeff_Calc" führt die Berechnung von Interpolationskoeffizienten für die Bildrekonstruktion durch und speichert diese in einer Datei. Da sich die Interpolationskoeffizienten bei gleicher Trajektorie je Messung nicht ändern, kann die Bildrekonstruktion auf diesem Wege nach einmaliger Berechnung mit einer hohen Geschwindigkeit erfolgen, auch wenn die Berechnung der Koeffizienten aufwendige numerische Verfahren beeinhaltet. Als Bildrekonstruktionsverfahren stehen die in Kapitel 5 vorgestellten Verfahren zur Verfügung.

Die endgültige Bildrekonstruktion führt das Modul "Offline_Reconstruction" durch, indem es die Rohdaten und zuvor berechneten Interpolationskoeffizienten auswertet. Die rekonstruierten Schichtaufnahmen werden in einem internen Format abgelegt, welches die Matrixpunkte als komplexe Gleitkommazahlen behandelt.

Die erstellten Bilder können anschließend mit dem Modul "TIV" betrachtet werden. Der Bildbetrachter erlaubt es, Helligkeit und Kontrast interaktiv einzustellen sowie den Faktor der Vergrößerung, die über eine bilineare Interpolation realisiert wird, frei zu wählen. Da die Daten als komplexe Zahlen gehandhabt werden, ist es möglich, zwischen Betragsbild, Phasenbild und Darstellung von Real- und Imaginärteil umzuschalten. Diese Funktionalität wurde umgesetzt, weil das Betrachten von Phasenbildern im Hinblick auf die Untersuchung von Bildartefakten nützliche Informationen liefern kann. Die Messsequenz kann neben der Aufnahme von Schichtbildern auch in einen Modus zur Messung von Gradienten umgeschaltet werden. Für die Auswertung derartiger Messungen existieren die Module "Tracking" und "OscFit", die in Kapitel 6.1 besprochen werden.

Alle Module wurden in der Sprache C/C++ programmiert und mit Visual C++ 6.0 (Microsoft Corporation, Redmond, USA) kompiliert. Für aufwändige numerische Berechnungen wurde auf die GNU Scientific Library¹ zurückgegriffen. Der Bildbetrachter wurde auf Basis der wxWindows Klassenbibliothek² entwickelt, um eine plattformübergreifende Verfügbarkeit zu ermöglichen. Die Module besitzen die Möglichkeit, berechnete Daten in einem mit GNU Plot³ kompatiblen Dateiformat auszugeben, sodass beispielsweise die berechneten Trajektorien mit GNU Plot visualisiert werden können. Auf diesem Wege sind die in der Arbeit enthaltenen Diagramme erstellt worden.

Mit dem vorgestellten Paket aus Softwaremodulen wurde ein flexibler Rahmen geschaffen, um systematische Untersuchungen im Hinblick auf die in der Arbeit besprochenen Themengebiete durchführen zu können. Die Implementierung von jeweils mehreren Ansätzen auf den einzelnen Ebenen, d.h. verschiedene Trajektorien, mehrere Rekonstruktionsverfahren und die Wahl zwischen Simulation und Messung, unterstützt dabei eine gezielte Eingrenzung von Problemursachen.

3.2 Simulation des Messvorgangs

Das für die Simulationen verwendete Prinzip basiert auf der Tatsache, dass das beim Abtasten des k-Raums aufgenommene Signal der Fouriertransformierten des Messobjektes entspricht. Zur Simulation werden die zuvor berechneten Gradientenschaltungen in SI-Einheiten umgerechnet, auf die gewünschte Abtastrate angepasst und mit Gleichung (2.41) in die zugehörige k-Raum Trajektorie überführt. Das simulierte Messsignal wird anschließend gewonnen, indem die analytisch vorliegende Fouriertransformierte eines sogenannten *numerischen Phantoms* an den Punkten der berechneten k-Raum Trajektorie ausgewertet wird.

Eine einfache analytische Fouriertransformierte für ein numerisches Phantom erhält man, wenn man als Phantom ein Objekt wählt, was sich durch Überlagerung von Ellipsen darstellen lässt. Für die Fouriertransformierte einer Ellipse gilt:

$$E_n(k_x, k_y, \rho_n, a_n, b_n, x_n, y_n, \alpha_n) = \rho_n e^{i(k_x x_n + k_y y_n)} \frac{a_n J_1(b_n \sqrt{(u_n a_n/b_n)^2 + v_n^2})}{\sqrt{(u_n a_n/b_n)^2 + v_n^2}} , \quad (3.1)$$

 mit

$$u_n = k_x \cos \alpha_n + k_y \sin \alpha_n \qquad v_n = -k_x \sin \alpha_n + k_y \cos \alpha_n . \tag{3.2}$$

 $^{^1}$ http://www.gnu.org/software/gsl

² http://www.wxwindows.org

³ http://www.gnuplot.info



Abb. 3.2: Verwendete numerische Phantome. Links: Shepp-Logan Kopfphantom, Rechts: Strukturphantom.

Hierbei bezeichnet ρ_n die Intensität, x_n und y_n die Position, a_n und b_n die Länge der Hauptachsen sowie α_n den Neigungswinkel der Ellipse. $J_1(x)$ ist die reguläre zylindrische Bessel-Funktion erster Ordnung.

Die Fouriertransformierte des gesamten Objektes ergibt sich durch Addition der Fouriertransformierten der einzelnen Ellipsen:

$$E(k_x, k_y) = \sum_{n=0}^{N} E_n(k_x, k_y, \rho_n, a_n, b_n, x_n, y_n, \alpha_n) .$$
(3.3)

Das simulierte Signal entspricht somit in Analogie zu (2.47):

$$S(t) = E(k_r(t), k_p(t))$$
 (3.4)

Für die Untersuchungen im Rahmen der Arbeit wurden zwei verschiedene numerische Phantome verwendet (siehe Abbildung 3.2). Das linke von SHEPP und LOGAN vorgestellte Phantom hat sich als übliches Testbild für die Simulation von Kopfuntersuchungen etabliert und wird als *Shepp-Logan Kopfphantom* bezeichnet [4]. Das rechte Phantom ist die Nachahmung eines Qualitätssicherungsphantoms, das an vielen Stellen der Arbeit als reales Messobjekt verwendet wurde. Das Qualitätssicherungsphantom besteht aus einem Plexiglas-Zylinder mit eingelassenen Plexiglas-Stäben, der mit einer schwachkonzentrierten Kupfersulfat-Lösung gefüllt ist. Die Nachahmung des Messobjektes in der Simulation ermöglicht den direkten visuellen Vergleich der Auswirkung von etwaigen Messfehlern.

Neben der Simulation eines idealen Messvorganges ist es möglich, eine Reihe von Effekten zu simulieren, die bei der tatsächlichen Messung auftreten und für Bildartefakte verantwortlich sein können. Hierzu zählen der T_2 -Abfall, Abweichungen zwischen theoretischen und tatsächlichen Gradientenfeldern sowie Phasendrifts des Signals. Die Simulation derartiger Effekte erfolgt durch den Einbau entsprechender Terme in Gleichung (3.4) und findet Anwendung in Kapitel 6, wo die auftretenden Bildartefakte näher untersucht werden. Aufgrund des verwendeten Simulationsprinzips können hierbei jedoch nur globale Effekte simuliert werden und die Simulation von lokalisierten Effekten, etwa lokale Inhomogenitäten, ist nicht ohne Weiteres möglich. Um dieses zu realisieren, müsste direkt bei der Simulation eines Spinsystems auf Basis der Bloch-Gleichung angesetzt werden. Da diese Vorgehensweise mit einem hohen Rechenaufwand verbunden ist und die qualitativen Erkenntnisse durch globale Simulationen im Hinblick auf die Fragestellung der Arbeit für ausreichend gehalten werden, wurden die Untersuchungen auf das vorgestellte Simulationsprinzip beschränkt.

3.3 Verwendetes MR-System

Die im Rahmen der Arbeit durchgeführten Messungen wurden mit einem Ganzkörper-MRT-System vom Typ Trio (Siemens Medical Systems, Erlangen) aufgenommenen. Das System verfügt über einen supraleitenden Magneten mit einer Feldstärke von $B_0 = 2.89 \text{ T}$ sowie ein Gradientensystem mit einer maximalen Feldstärke von 40 mT/mje Raumrichtung, die mit einer Steigung von bis zu $200 \text{ mT/(m \cdot ms)}$ geschaltet werden kann. Um das Risiko einer Nervenstimulation des Patienten zu vermindern, sind die Gradientenfelder in den Randbereichen abgeschwächt und weisen somit eine Nichtlinearität auf. Dieses führt je nach Abstand vom Isozentrum zu einer Bildverzerrung und kann im Rahmen der Bildrekonstruktion mit einem Filter korrigiert werden [5].

Um eine möglichst hohe Homogenität des B_0 Feldes zu erreichen, wurden beim Aufbau des Systems Bleche in den Magneten eingeführt. Auf diesem Wege können grobe Feldinhomogenitäten kompensiert werden, was in der Literatur als *passiver Shim* bezeichnet wird. Ferner ist das System mit zusätzlichen Spulen ausgestattet, die Felder in Form von Kugelflächenfunktionen erzeugen können. Durch gezieltes Einstellen der von diesen Spulen erzeugten Felder kann die Homogenität des B_0 Feldes nochmals verbessert werden. Hierzu wird nach Positionierung des Patienten ein Vorgang gestartet, bei dem wiederholt Bilder aufgenommen und dabei iterativ die Stromstärke in den Spulen anpasst wird, bis die gewünschte Homogenität erreicht ist. Dieser Vorgang wird als *aktiver Shim* oder *3D Shim* bezeichnet. Nach dem Shim-Vorgang wird die zur Anregung der Wasserprotonen benötigte Resonanzfrequenz durch Aufnahme und Auswertung eines Spektrums jeweils neu bestimmt.

Für die Hochfrequenzanregung und die Aufnahme des Messsignals wurde eine *Birdcage*-Spule (USA Instruments, Ohio, USA) verwendet.

Um sicherzustellen, dass die Messergebnisse nicht von außergewöhnlichen Kalibrierungsfehlern des verwendeten Gerätes beeinflusst sind, wurden zusätzlich Vergleichsmessungen an baugleichen Geräten durchgeführt.



Abb. 3.3: Pulsdiagramm der implementierten Messsequenz mit Spiraltrajektorie. (a) Fettsättigung, (b) Schichtanregung, (c) vorberechnete Gradientenschaltung und Datenaufnahme, (d) Spoiler-Gradienten

3.4 Verwendete Messsequenz

Die für die Messungen verwendete Sequenz wurde auf Basis der Sequenzentwicklungsumgebung IDEA (Siemens Medical Systems, Erlangen) entwickelt. Eine Sequenz entspricht hierbei einer Bibliothek, die sowohl auf dem Konsolenrechner unter dem Betriebssystem Windows NT (Microsoft Corporation, Redmond, USA) als auch auf dem Echtzeitrechner des MR-Systems unter dem Betriebssystem VxWorks (Wind River, Alameda, Canada) geladen werden kann und die Vorbereitung der Messung sowie die Ansteuerung der beteiligten Funktionseinheiten durchführt. Ein Ablaufdiagramm der Sequenz ist in Abbildung 3.3 zu sehen.

Die Messung beginnt mit einem optionalen Fettsättigungspuls. Eine Fettsättigung wird benötigt, weil die Resonanzfrequenz von Fett in der Nähe der Wasserfrequenz liegt und es durch angeregtes Fett zu störenden Signalen kommt, welche als Artefakte durch *chemische Verschiebung* bezeichnet werden. Um das Fett abzusättigen, wird ein nichtschichtselektiver Puls mit Fettresonanzfrequenz eingestrahlt, wodurch die Spins der Fettmoleküle in die Transversale geneigt werden. Anschließend werden Spoilergradienten in alle Raumrichtungen geschaltet, sodass das Fettsignal dephasiert wird. Bei der nachfolgenden schichtselektiven Anregung kommt es nur noch zu geringen Störungen durch das Fett, weil der Hauptanteil der Fettspins dephasiert in der Transversale vorliegt. Eine Alternative zu diesem Vorgehen stellt die spektral- und raumselektive Fettsättigung dar [6–8]. Dieses Verfahren wurde jedoch nicht implementiert, da die bestehende Lösung im Hinblick auf andere Artefaktursachen ausreichend ist.

Nach der Fettsättigung erfolgt die schichtselektive Anregung mit eingeschaltetem Schichtgradienten. Für die Anregung wird ein gefilterter Sinc-Puls verwendet. Um Artefakte durch Transversalmagnetisierung aus vorherigen Anregungen zu minimieren, wird die Phase des Anregungspulses bei jeder Neuanregung variiert, damit eine Kohärenz verbleibender Spins verhindert wird. Dieses Prinzip wird als *HF-Spoiling* bezeichnet. Der Kippwinkel der Spins ist frei wählbar und wird über eine Änderung der Amplitude des HF-Pulses realisiert. Die Einstellung der Schichtdicke erfolgt über die Amplitude des Schichtgradienten. Um eine durch den Schichtgradienten bedingte Dephasierung des Signals rückgängig zu machen, wird nach Ende der Anregung ein Rephasierungsgradient in Schichtrichtung mit umgekehrtem Vorzeichen geschaltet, dessen Zeitintegral dem halben Zeitintegral des Schichtgradienten entspricht.

Zwischen dem Ende der Anregung und dem Start der Datenakquisition erfolgt eine Pause von frei einstellbarer Dauer. Am Ende der Pause werden die zuvor aus Dateien geladenen Gradientenschaltungen in Lese- und Phasenrichtung abgespielt. Welche Form die Gradientenschaltung dabei besitzt, ist für die Sequenz unrelevant, solange die systembedingten Grenzwerte bezüglich der Amplitude und Steigung eingehalten werden. Durch Austauschen der Dateien mit den Gradientenformen kann das Abtastschema der Sequenz im k-Raum komplett geändert werden. Die Schaltung der Gradienten erfolgt auf einem 10 µs Raster.

Parallel zum Start der Gradienten wird die Aufnahme der Messdaten gestartet. Da systembedingt pro Datenanfrage nur eine begrenzte Anzahl von Messpunkten aufgezeichnet werden kann, werden je nach Bedarf mehrere Anfragen nacheinander gestartet. Auf diesem Wege ist es möglich, eine kontinuierliche Messzeit von mindestens 150 ms je Anregung zu erreichen. Die Abtastgeschwindigkeit (engl. *Dwelltime*) ist in 1 µs Schritten frei wählbar und bleibt während der Messung konstant.

Nach Ende des Lese- und Phasengradienten werden in alle Raumrichtungen Spoilergradienten geschaltet, damit verbleibende, für die nächste Anregung störende Magnetisierung dephasiert wird.

Kapitel 4

Trajektorienberechnung

In diesem Kapitel sollen die für das Abtasten des k-Raumes erforderlichen Schaltungen der Gradientenfelder behandelt werden. Einleitend werden die für eine Rekonstruktion notwendigen Anforderungen diskutiert. Anschließend sollen die konventionellen Trajektorien im Hinblick auf diese Aspekte besprochen werden. Es folgt die für das Thema der Arbeit zentrale Berechnung von Spiraltrajektorien. Abschließend wird eine rechteckige Spiraltrajektorie vorgestellt.

4.1 Grundsätzliche Überlegungen

Das gemäß Gleichung (2.47) gewonnene kontinuierliche Signal wird beim Messvorgang diskret abgetastet. Betrachtet man zunächst den einfacheren Fall der eindimensionalen Abtastung eines Spektrums, so lässt sich der digitale Abtastvorgang als Multiplikation des kontinuierlichen Spektrums S(k) mit einer Kammfunktion der Rasterweite Δk schreiben:

$$D(k) = \operatorname{comb}_{\Delta k}(k) \cdot S(k) .$$
(4.1)

Für die Rekonstruktion wird eine Fouriertransformation des Signals durchgeführt. Dadurch ergibt sich aufgrund der Eigenschaften der Fouriertransformation:

$$\tilde{D}(x) = \operatorname{comb}_{1/\Delta k} * \tilde{S}(x) , \qquad (4.2)$$

wobei S(x) die Fouriertransformierte des kontinuierlichen Signals S ist und * das Faltungsprodukt bezeichnet. Man erhält somit eine periodische Abbildung des Messobjektes, wobei die Bildkopien im Abstand $1/\Delta k$ auftreten. Soll ein Objekt mit der Länge FOV aufgenommen werden, so folgt daraus, dass zwei benachbarte Abtastpunkte nicht weiter als $1/\Delta k$ auseinander liegen dürfen, da sich die Bildkopien ansonsten überlappen würden. Für den Abstand zwischen zwei Messpunkten gilt somit:

$$\Delta k = \frac{1}{\text{FOV}} \,. \tag{4.3}$$

Dieses Kriterium wird als Nyquist-Kriterium bezeichnet. Die Größe FOV muss hierbei nicht direkt der Objektgröße entsprechen, sondern FOV ist als abzubildendes Messfeld (engl. Field of View) zu verstehen und kann durchaus größer als das Objekt gewählt werden. Die obigen Überlegungen lassen sich direkt auf den zweidimensionalen Fall übertragen. Die Größe des Messfeldes kann im zweidimensionalen Fall prinzipiell für jede Raumrichtung unabhängig gewählt werden. Im Folgenden soll sich der Einfachheit halber jedoch auf ein quadratisches Messfeld beschränkt werden.

Während die Größe des Messfeldes mit dem Abstand zwischen den Messpunkten in Zusammenhang steht, so steht die Auflösung des Bildes N, d.h. die Anzahl der Pixel je Raumrichtung, mit der Anzahl der aufgenommenen Messpunkte in Verbindung. Dieses ist plausibel, weil die diskrete Fouriertransformation die Anzahl der Punkte eines Datensatzes nicht ändert. Für eine Aufnahme mit der Auflösung $N \times N$ Pixel ergibt sich daraus, dass der k-Raum in dem Intervall $-k_{\max}$ bis k_{\max} abgetastet werden muss, wobei gilt:

$$k_{\max} = \frac{N-1}{2} \cdot \Delta k = \frac{N-1}{2 \cdot \text{FOV}} \,. \tag{4.4}$$

Die Geschwindigkeit der Bewegung im k-Raum ist von der Amplitude der geschalteten Gradienten abhängig. Der Abtastabstand kann ferner über die Abtastrate eingestellt werden. Diese Parameter sind bei der Berechnung einer Trajektorie so zu wählen, dass obige Kriterien erfüllt sind.

Die Amplitude der Gradienten sowie die mögliche Steigung beim Ein- und Ausschalten der Gradienten sind systembedingt beschränkt. Ferner tritt das Problem auf, dass es bei schnellen Schaltvorgängen zur Induzierung von Strömen am und im Patienten kommen kann, was als unangenehmes Kribbeln empfunden wird (*periphere Nervenstimulation*, *PNS*) und im Extremfall sogar zu Herzrhythmusstörungen führen kann. Es ist daher notwendig, einen patientenbedingten Grenzwert für die Steigung der Gradienten einzuführen. Dieser Wert wird üblicherweise empirisch bestimmt und liegt bei den heutigen Gradientensystemen unter den systembedingten Grenzwerten. Bei allen Schaltvorgängen müssen somit die Bedingungen erfüllt sein:

$$G \le G_{\max}$$
 $G \le G_{\max}$, (4.5)

wobei G_{max} die maximale Gradientenamplitude (gemessen in mT/m) und G_{max} die maximale Steigung oder Slewrate (gemessen in mT/(m·ms)) ist.

4.2 FLASH und Multi-Echo FLASH

Bei einer *FLASH-Sequenz* (Fast Low Angle Shot) erfolgt die Abtastung des k-Raumes zeilenweise, wobei für jede Zeile eine neue Anregung erfolgt. Für die Aufnahme eines Bildes mit $N \times N$ Pixeln sind somit N Anregungen erforderlich.

Bei jeder Anregung findet folgender Ablauf statt:

1. Durch Einschalten beider Gradienten wird an die k-Raum Position $k_r = -k_{\text{max}}$



Abb. 4.1: FLASH Trajektorie und Gradientenschaltung. Links: k-Raum Trajektorie für die Aufnahme eines Bildes mit 32×32 Pixeln. Für jede Zeilenaufnahme wird eine Neuanregung durchgeführt, sodass die Bahn jeweils im Ursprung startet. Rechts oben: Schaltung des Lesegradienten. Rechts unten: Schaltung des Phasengradienten für die rote und grüne Bahn in der Trajektoriendarstellung.

und $k_p = -k_{\max} + (n-1) \cdot \Delta k$ gefahren, wobei n die Nummer der aktuellen Anregung angibt.

- 2. Durch Einschalten des Lesegradienten wird an die k-Raum Position $k_r = k_{\text{max}}$ gefahren und somit die Zeile abgetastet.
- 3. Zum Abschluss wird durch Schalten eines Gradienten in Phasenrichtung an die Position $k_p = 0$ zurückgefahren.

Durch den letzten Schritt wird erreicht, dass die k-Raum Trajektorie bei jeder Anregung an einer einheitlichen Position endet, was im Hinblick auf die Reduzierung möglicher Artefakte durch verbleibende Magnetisierung wünschenswert ist.

Bei der vorliegenden Implementierung wird bei Berechnung der für Bewegungen im k-Raum verwendeten Gradientenschaltungen stets die vorgegebene maximale Steigung $\dot{G}_{\rm max}$ verwendet. Kann die gewünschte k-Raum Position unter Verwendung einer konstanten Steigung beim Ein- und Ausschalten nicht erreicht werden, so wird der Gradient mit $\dot{G}_{\rm max}$ eingeschaltet, bis die Amplitude $G_{\rm max}$ erreicht wird. Anschließend bleibt der Gradient mit $G_{\rm max}$ eingeschaltet, was als *Flat Top Time* bezeichnet wird, bis die gewünschte Position unter Berücksichtigung der beim Ausschalten zurückgelegten Strecke erreicht ist.

In Abbildung 4.1 sind die FLASH k-Raum Trajektorie sowie die benötigten Gradientenschaltungen dargestellt. Das FLASH Verfahren arbeitet sehr stabil und ist deshalb eines der Standardverfahren in der medizinischen Diagnostik. Die Aufnahme der Bilder ist jedoch recht langsam, da für jede Zeile jeweils Fettsättigung, Anregung und Spoiling durchgeführt werden müssen.

Eine Steigerung der Geschwindigkeit kann erreicht werden, indem pro Anregung nicht nur eine, sondern mehrere Zeilen aufgenommen werden. Dieses Verfahren wird als *Multi-Echo FLASH* oder auch *segmentiertes EPI* bezeichnet. Der Gewinn an Geschwindigkeit ist jedoch mit Komplikationen verbunden, da das Verfahren u.a. anfällig gegenüber Abweichungen zwischen theoretisch geschalteter und tatsächlicher, vom Objekt "gespürter" Trajektorie wird. Diese Aspekte werden in Kapitel 6 besprochen.

4.3 Echo Planar Tomographie

Bei der Echo Planar Tomographie (EPI) wird die gesamte Abtastung des k-Raumes mit einer einzelnen Anregung durchgeführt. Dadurch ist die Erstellung einer Schichtaufnahme erheblich schneller möglich als bei FLASH. Da die Akquisitionsdauer pro Anregung jedoch deutlich länger ist als bei FLASH, ist EPI anfällig gegenüber kumulativen Messungenauigkeiten, wie z.B. lokale Dephasierungen durch Inhomogenitäten.

Eine Schichtaufnahme wird bei EPI nach folgendem Schema gewonnen:

- 1. Durch Einschalten beider Gradienten wird an die k-Raum Position $k_r = -k_{\text{max}}$ und $k_p = -k_{\text{max}}$ gefahren.
- 2. Durch Einschalten des Lesegradienten wird an die Position $k_r = k_{\text{max}}$ gefahren.
- 3. Durch kurzes Einschalten des Phasengradienten (man spricht hier von einem Blip) wird die k-Raum Position bezüglich der k_p Komponente um Δk erhöht.
- 4. Die Schritte 2 und 3 werden wiederholt, bis der k-Raum in dem gewünschten Intervall abgetastet ist, wobei das Vorzeichen des Lesegradienten in Schritt 2 jeweils alterniert wird, sodass die Bewegung in abwechselnder Richtung jeweils von $-k_{\text{max}}$ bis k_{max} erfolgt.

Ein Zurückfahren von der Endposition ist bei EPI nicht erforderlich, da bei jeder Anregung exakt die gleichen Gradienten geschaltet werden und die Endposition somit nicht unterschiedlich ist. Eine Darstellung der EPI Trajektorie sowie die zugehörigen Gradientenschaltungen sind in Abbildung 4.2 zu sehen.

Aufgrund der mit zunehmender Aufnahmezeit ansteigenden Messungenauigkeiten wird in der Praxis versucht, die Auslesezeit zusätzlich zu reduzieren. Dies kann einerseits erreicht werden, indem die Bildauflösung in beide Raumrichtungen gemäß der Objektgröße unterschiedlich gewählt wird, andererseits, indem der k-Raum nicht vollständig abgetastet wird. Dieser Ansatz wird als *Partial Fourier* bezeichnet und basiert auf der Tatsache, dass für die Fouriertransformierte eines reellen Signals $f(x) \in \mathbb{R}$ gilt:

$$\tilde{f}(k) = \tilde{f}(-k) . \tag{4.6}$$



Abb. 4.2: EPI Trajektorie und Gradientenschaltung. Links: k-Raum Trajektorie für die Aufnahme eines Bildes mit 32×32 Pixeln. Die gesamte Schicht wird mit einer Anregung aufgenommen. Rechts oben: Schaltung des Lesegradienten. Rechts unten: Schaltung des Phasengradienten.

In der Fouriertransformierten eines reellen Signals sind die zur Rekonstruktion benötigten Informationen gewissermaßen mehrfach enthalten, weshalb das Abtasten des halben k-Raumes prinzipiell ausreichen würde. Da ein MR-Bild in der Praxis jedoch immer einen komplexen Anteil besitzt, muss deutlich mehr als die Hälfte des k-Raumes aufgenommen werden, sodass eine Reduzierung auf unter 6/8 des k-Raumes nicht zu vertreten ist.

4.4 Spiraltrajektorien

4.4.1 Grundprinzip

Bei den bisher vorgestellten Verfahren wurde der k-Raum stets auf geradlinigen Bahnen und somit entlang kartesischer Koordinaten abgetastet. Im Gegensatz dazu sollen bei der Spiral-Tomographie die Gradienten so geschaltet werden, dass die Abtastung des k-Raumes entlang einer Spiralbahn verläuft.

Durch Gleichung (2.41) wurde eine Verbindung zwischen k-Raum Trajektorie und Gradienten hergestellt. Diese Gleichung kann umgedreht werden, sodass man unter Vorgabe einer k-Raum Trajektorie die notwendigen Gradienten ermitteln kann:

$$\mathbf{G}(t) = \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{d}{dt} \mathbf{k}(t) .$$
(4.7)

Im Hinblick auf die Einhaltung des Nyquist-Kriteriums wählt man üblicherweise Archimedische Spiralen, d.h. Spiraltrajektorien mit äquidistantem Windungsabstand. Bei



Abb. 4.3: Erfüllung des Nyquist-Kriteriums bei Spiraltrajektorien. Durch die Wahl eines äquidistanten Windungsabstandes von Δk ist entlang der Achsen eine mit konventionellen Trajektorien vergleichbare Situation hinsichtlich des Abtastabstands gegeben.

der Verwendung von nicht-kartesischen Abtastmustern ist es grundsätzlich nicht mehr trivial, auf welche Weise das Nyquist-Kriterium erfüllt werden kann, da sich der Abtastund Rekonstruktionsvorgang nicht mehr in je Raumrichtung getrennte Einzelvorgänge aufteilen lässt. Eine detaillierte Betrachtung dieser Problematik findet sich in [9]. Bei der Spiralabtastung geht man durch Wahl einer Spirale mit äquidistanten Windungen im Abstand Δk von einer Erfüllung des Nyquist-Kriteriums aus, da zumindest beim Durchgang durch die Koordinatenachsen eine zu kartesischen Trajektorien vergleichbare Situation bezüglich des Punktabstandes gegeben ist (siehe Abbildung 4.3).

Eine Spirale mit äquidistanten Windungen kann durch die Gleichung

$$\mathbf{k}(t) = a \cdot \theta(t) \, e^{i\theta(t)} \tag{4.8}$$

parametrisiert werden, wobei $\theta(t)$ eine zeitabhängige, monoton steigende Funktion ist und $\mathbf{k} = k_r + ik_p$ gilt. Einsetzen dieser Gleichung in (4.7) liefert die Gleichung:

$$\mathbf{G}(t) = \frac{a}{\gamma} \cdot \dot{\theta}(t) (1 + i\theta(t)) e^{i\theta(t)} .$$
(4.9)

Durch diese Gleichung ist die Zeitabhängigkeit der Trajektorie, d.h. die Punktverteilung auf der Spirale, noch nicht charakterisiert und es gibt verschiedene Möglichkeiten für die Wahl der Funktion $\theta(t)$.

In frühen Publikationen wurde hierfür eine lineare Funktion vorgeschlagen [10,11]. Diese führt zu einer konstanten Winkelgeschwindigkeit, sodass die Abtastpunkte unter geeigneter Wahl der Abtastrate auf radialen Linien liegen. Dadurch ist es zumindest in der Theorie möglich, für die Bildrekonstruktion ein Verfahren namens *Projection Reconstruction* einzusetzen, das üblicherweise für radiale k-Raum Abtastung verwendet wird. Man kann sich jedoch leicht vorstellen, dass diese Vorgehensweise bei unvermeidbaren Ungenauigkeiten der Gradientenschaltungen zu gravierenden Artefakten führen muss, und es liegen keine Informationen über brauchbare Implementierungen vor.

Der Nachteil einer Spirale mit konstanter Winkelgeschwindigkeit besteht darin, dass viel Zeit im Inneren der Spirale bei den Umläufen mit kleinem Radius verbraucht wird. Aufgrund der konstanten Abtastrate kommt es zu einer Überabtastung in der inneren Region und das Abtasten des gesamten k-Raums dauert aufgrund der Gradientenlimitierungen lange. Es ist daher günstiger, eine Spirale mit konstanter Bahngeschwindigkeit zu wählen. Dies kann näherungsweise durch die Wahl von $\theta(t) = \sqrt{t}$ erreicht werden. Mit Gleichung (4.9) ergibt sich für die notwendigen Gradientenschaltungen:

$$\mathbf{G}(t) = \frac{a}{\gamma} \cdot \frac{1}{2\sqrt{t}} e^{i\sqrt{t}} + \frac{a}{\gamma} \cdot \frac{1}{2} i e^{i\sqrt{t}} .$$
(4.10)

Man sieht, dass die Gleichung bei t = 0 eine durch den Term $1/\sqrt{t}$ verursachte Singularität besitzt, weshalb diese Gradientenschaltung nicht realisierbar ist. Selbst unter Vernachlässigung der eigentlichen Singularität bei t = 0 durch verspätetes Einsetzen der Gradienten ist dieses nicht möglich, weil hierzu die Gradienten schlagartig eingeschaltet werden müssten, was die Randbedingungen für die Gradienten nicht zulassen.

Die Wahl der Funktion $\theta(t)$ ist somit problematisch. Es gibt in der Literatur verschiedene Ansätze mit dem Ziel, eine Funktion zu finden, die zu einer möglichst konstanten und gemäß der Randbedingungen maximalen Bahngeschwindigkeit führt, und dabei speziell im Ursprung mit den Randbedingungen kompatibel ist. In den nächsten beiden Abschnitten sollen zwei Ansätze vorgestellt werden, die im Rahmen der Arbeit implementiert und experimentell eingesetzt wurden.

Mehrfachanregungen

Die Abtastung des k-Raumes durch Spiralen kann mit einer einzelnen Anregung erfolgen, was man als *Single Shot* bezeichnet, oder auch mit mehrfacher Anregung. Bei der mehrfachen Anregung erhöht man den Windungsabstand und dreht die Spirale bei jeder Anregung, sodass man aus den einzelnen gedrehten Spiralen eine Gesamttrajektorie zusammensetzen kann, die eine vergleichbare Abtastdichte besitzt wie bei der Einzelanregung (siehe Abbildung 4.4). Man spricht deshalb bei der Verwendung mehrerer Anregungen von *Interleaved Spirals*.

Bei der Berechnung der Trajektorien für eine Aufnahme mit $N_{\rm int}$ Anregungen geht man zunächst nach obiger Weise vor und erzeugt eine Trajektorie mit Windungsabstand

$$N_{\rm int} \cdot \Delta k = N_{\rm int} / \text{FOV}$$
. (4.11)

Diese Trajektorie wird bei der n-ten Anregung um den Winkel $\phi_n = \frac{2\pi}{N_{\text{int}}} \cdot n$ gedreht:

$$\mathbf{k}_n(t) = \mathbf{k}(t) \cdot \exp\left(i\frac{2\pi}{N_{\text{int}}}n\right) \,. \tag{4.12}$$



Abb. 4.4: Spiralförmige Abtastung mit mehrfacher Anregung. Der durchgezogene und der gestrichene Teil der Spirale werden jeweils nach einer Neuanregung aufgenommen. Zusammengesetzt ergibt sich eine Abtastdichte, die das Nyquist-Kriterium erfüllt.

Die Drehung ist zeitunabhängig und wirkt sich deshalb direkt auf die Gradientenschaltung aus:

$$\mathbf{G}_n(t) = \mathbf{G}(t) \cdot \exp\left(i\frac{2\pi}{N_{\text{int}}}n\right) .$$
(4.13)

In den folgenden Abschnitten werden die Trajektorien für Einzel- und Mehrfachanregung gemeinsam behandelt, indem der Windungsabstand variabel gelassen wird. Durch Wahl des Windungsabstands gemäß (4.11) und Verwendung von (4.13) lassen sich die für eine Mehrfachanregung benötigten Gradientenschaltungen ermitteln.

4.4.2 Einfache Lösung

Eine einfache Lösung für die Probleme bei der Wahl von $\theta(t)$ bietet die Funktion

$$\theta(t) = \frac{t}{\sqrt{\alpha + (1 - \alpha)t}}, \qquad (4.14)$$

welche u.a. von BÖRNERT ET AL. verwendet wurde [12]. Der Parameter $\alpha \in [0, 1]$ bestimmt hierbei den Typ der Spirale. Für $\alpha = 1$ ergibt sich der Fall einer konstanten Winkelgeschwindigkeit und für $\alpha = 0$ eine konstante Bahngeschwindigkeit. Durch die Wahl von α zwischen diesen Werten kann die Spirale den Randbedingungen angepasst werden.

Die Trajektorie lässt sich durch Einfügen zusätzlicher Parameter in Gleichung (4.8) beschreiben mit:

$$\mathbf{k}(t) = k_{\max} \cdot \theta\left(\frac{t}{T}\right) \exp\left(2\pi i J \theta\left(\frac{t}{T}\right)\right) , \qquad (4.15)$$

wobei J die Anzahl von Umdrehungen der Spirale und T die vorgegebene Auslesezeit ist. Bei der vorliegenden Implementierung wird für ein Bild mit $N \times N$ Pixeln und N_{int}
Anregungen gemäß des Nyquist-Kriteriums

$$J = \frac{N}{2} \cdot \frac{1}{N_{\text{int}}} \cdot s \tag{4.16}$$

gewählt, wobei s ein Faktor ist, mit dem eine Überabtastung eingeschaltet werden kann und der normalerweise auf Eins gesetzt wird. Der Parameter α ermöglicht eine Anpassung der maximal verwendeten Steigung der Gradienten. Eine niedrigere Steigung ist mit einer längeren Auslesezeit verbunden, weshalb der Parameter α so gewählt werden sollte, dass die Steigung den maximal erlaubten Wert annimmt. In der vorliegenden Implementierung muss der Parameter α von Hand eingestellt werden. Eine direkte oder iterative Bestimmung von α ist jedoch machbar. Die Auslesezeit T, die über Gleichung (4.15) in die Bahngeschwindigkeit der Trajektorie eingeht, wird anschließend so gewählt, dass unter Verwendung der gewählten Werte für α und J ein Überschreiten der maximalen Gradientenstärke G_{max} ausgeschlossen ist.

Durch Differenzieren von Gleichung (4.15) gemäß (4.7) erhält man eine analytische Lösung für die benötigten Gradientenfelder. Die von dem Gradientenverstärker zu schaltenden Spannungen können daraus gewonnen werden, indem die Funktion mit einem systemspezifischen Umrechnungsfaktor versehen und diskret in $10 \,\mu s$ Schritten ausgewertet wird. Am Ende der Trajektorie werden die Gradienten gemäß der Randbedingungen abgeschaltet. Durch Schalten von Rephasierungsgradienten wird anschließend in den k-Raum Ursprung zurückgefahren, was bei Spiralen im Hinblick auf Mehrfachanregung wichtig ist, da hier die Trajektorie je nach Drehwinkel an einer unterschiedlichen k-Raum Position endet.

4.4.3 Exakte Formulierung und approximative Lösung

Exakte Formulierung

Eine bessere Lösung für die Wahl von $\theta(t)$ erhält man, indem das Problem direkt über Differentialgleichungen unter Randbedingungen formuliert wird. Durch Gleichung (4.9) ist eine zeitabhängige Beschreibung der Gradienten in komplexer Schreibweise gegeben. Durch Multiplikation mit dem komplex Konjugierten kann das Betragsquadrat der Gradienten berechnet werden:

$$|G(t)|^2 = \left(\frac{a}{\gamma}\right)^2 \dot{\theta}^2 \left(1 + \theta^2\right).$$
(4.17)

Durch Differenzieren von Gleichung (4.9) kann man die zeitliche Entwicklung der Steigung der Gradienten, d.h. die Slewrate $\dot{G}(t)$, berechnen. Für das Betragsquadrat ergibt sich:

$$|\dot{G}(t)|^{2} = \left|\frac{d}{dt}G(t)\right|^{2} = \left(\frac{a}{\gamma}\right)^{2} \left((\ddot{\theta} - \theta\dot{\theta}^{2})^{2} + (2\dot{\theta}^{2} + \theta\ddot{\theta})^{2}\right) .$$
(4.18)

Diese Gleichung lässt sich nach $\ddot{\theta}$ auflösen und man erhält:

$$\ddot{\theta} = \frac{f(\theta, \dot{\theta}, |\dot{G}(t)|) - \theta\dot{\theta}^2}{1 + \theta^2} , \qquad (4.19)$$

mit:

$$f(\theta, \dot{\theta}, |\dot{G}|) = \sqrt{\left(\frac{\gamma}{a}\right)^2 |\dot{G}(t)|^2 (1+\theta^2) - \dot{\theta}^4 (2+\theta^2)^2} .$$
(4.20)

Um eine möglichst kurze Auslesezeit zu erreichen, führt man als Randbedingung ein, dass die Steigung maximal möglich, d.h. mit \dot{G}_{max} , geschaltet werden soll, solange sich die Gradientenamplitude unterhalb des zulässigen Grenzwertes befindet. Bei Erreichen der Grenzamplitude soll die Steigung auf Null gesetzt werden:

$$|\dot{G}(t)| = \begin{cases} \dot{G}_{\max} & \text{falls } |G(t)| < G_{\max} \\ 0 & \text{andernfalls} \end{cases}$$
(4.21)

Ersetzt man die Funktion $f(\theta, \dot{\theta}, |\dot{G}|)$ aus (4.20) durch

$$f(\theta, \dot{\theta}, |\dot{G}|) = \begin{cases} \sqrt{\left(\frac{\dot{\gamma}}{a}\right)^2 \dot{G}_{\max}^2 (1+\theta^2) - \dot{\theta}^4 (2+\theta^2)^2} & \text{falls } |G(t)| < G_{\max} \\ 0 & \text{andernfalls} \end{cases}, \quad (4.22)$$

so erfüllen alle Lösungen der Differentialgleichung (4.19) automatisch diese Randbedingung.

Für die Differentialgleichung konnte bisher keine analytische Lösung gefunden werden [13], sodass man bei der Berechnung auf ein geeignetes numerisches Verfahren, wie etwa Runge-Kutta 4. Ordnung, zurückgreifen muss [14].

Approximative Lösung

Die Verwendung eines numerischen Verfahrens zur Integration einer Differentialgleichung bei der Berechnung einer Trajektorie ist nachteilig, weil die Echtzeitrechner von MR-Systemen nur über begrenzte Rechenkapazität verfügen. Deshalb wurde durch verschiedene Ansätze versucht, die obige Differentialgleichung durch eine analytische Funktion geeignet zu approximieren [15, 16]. Eine praktikable Approximation wurde von GLOVER vorgestellt [17], die im Rahmen der Arbeit implementiert wurde. Obwohl aufgrund der Trajektorienvorberechnung auch eine numerische Integration der Differentialgleichung in die entwickelte Sequenzumgebung eingebaut werden könnte, wurde im Rahmen der Arbeit nur die approximative Lösung gewählt, weil die Unterschiede im Hinblick auf andere Artefaktursachen vernachlässigbar sind.

Der Algorithmus unterscheidet in Analogie zu (4.21) zwei Fälle: den steigungslimitierten und den amplitudenlimitierten Fall, wobei die Trajektorie mit dem steigungslimitierten Fall startet. Hierbei wird die radiale Bewegung durch ein Ansteigen der Gradientenamplitude sowie eine Senkung der Oszillationsfrequenz realisiert, was unter Einhaltung des Grenzwertes für die Steigung \dot{G}_{max} erfolgt. Beim Erreichen der maximal zulässigen Gradientenamplitude G_{max} zum Zeitpunkt t_s wird auf den amplitudenlimitierten Fall umgeschaltet. Die Bewegung in radiale Richtung erfolgt dann nur noch über eine Änderung der Oszillationsfrequenz.

Im ersten Schritt des Algorithmus wird ermittelt, ob in Abhängigkeit von den gewählten Parametern ein amplitudenlimitierter Fall notwendig ist oder ob die Trajektorie ausschließlich durch Verwendung des steigungslimitierten Falles generiert werden kann. Dazu wird die Auslesezeit berechnet, die im rein steigungslimitierten Fall benötigt werden würde:

$$T_s = \frac{2}{3 N_{\text{int}}} \sqrt{\frac{(N\pi)^3}{\gamma \, \dot{G}_{\text{max}} \cdot \text{FOV}}} \,. \tag{4.23}$$

Der Zeitpunkt des Erreichens der Amplitude G_{max} lässt sich näherungsweise mit

$$t_s = \left(G_{\max} \cdot \frac{3\gamma}{2\lambda a_2^2}\right)^3 \tag{4.24}$$

berechnen, wobei

$$\lambda = \frac{N_{\text{int}}}{\text{FOV}}, \qquad \beta = \frac{\dot{G}_{\max}\gamma}{\lambda}, \qquad a_2 = \left(\frac{9}{4}\beta\right)^{1/3}$$
(4.25)

gilt. Ist $t_s \geq T_s$, so wird kein amplitudenlimitierter Fall benötigt, andernfalls muss zum Zeitpunkt t_s umgeschaltet werden. Die Gradienten lassen sich dementsprechend mit

$$G(t) = \begin{cases} \frac{\lambda}{\gamma} \dot{\theta}_1(1+i\theta_1) e^{i\theta_1} & 0 \le t \le \min(t_s, T_s) \\ G_{\max}(1/\theta_2+i) e^{i\theta_2} & t_s \le t \le t_a \end{cases}$$
(4.26)

berechnen. Hierbei gilt:

$$\theta_1(t) = \frac{\frac{1}{2}\beta t^2}{\Lambda + \frac{\beta}{2a_2}t^{4/3}}, \qquad (4.27)$$

wobei Λ ein Parameter ist, der die Steigung bei t = 0 beeinflusst, und:

$$\theta_2(t) = \sqrt{\theta_1(t_s)^2 + 2\frac{\gamma}{\lambda}G_{\max}(t - t_s)} . \qquad (4.28)$$

Der Endzeitpunkt des amplitudenlimitierten Falles lässt sich mit

$$t_a = t_s + \frac{\lambda}{2\gamma G_{\text{max}}} \left(\left(\frac{\pi N}{N_{\text{int}}}\right)^2 - \theta_1 (t_s)^2 \right)$$
(4.29)

berechnen. Wie im vorigen Abschnitt beschrieben, werden die Gradienten anschließend abgeschaltet und durch Rephasierungsgradienten wird in das k-Raum Zentrum zurückgefahren.

Durch die einfache Approximation des Umschaltzeitpunktes in Gleichung (4.24) kann es bei der Verwendung einer hohen Steigung \dot{G}_{\max} oder einer großen Anzahl von Anregungen N_{int} zu einem unstetigen Übergang zwischen den beiden Fällen kommen. Dies



Abb. 4.5: Spiraltrajektorie und Gradientenschaltung. Links: k-Raum Trajektorie für die Aufnahme eines Bildes mit 32×32 Pixeln. Rechts oben: Schaltung des Lesegradienten. Rechts unten: Schaltung des Phasengradienten.

kann durch eine genauere Berechnung über Gleichsetzung der Amplituden beider Fälle behoben werden. Die vorliegende Implementierung wurde jedoch auf das Abfangen eines unglatten Übergangs durch Prüfung der berechneten Gradienten beschränkt.

In Abbildung 4.5 ist eine mit dem Algorithmus berechnete Trajektorie mit den zugehörigen Gradientenschaltungen dargestellt.

4.4.4 Vergleich zwischen zwei Spiraltrajektorien und der EPI Trajektorie

Vergleich der beiden Spiraltrajektorien

In Abbildung 4.6 sind die Ergebnisse von Simulationen zu sehen, welche unter Verwendung von Trajektorien durchgeführt wurden, die mit den beiden vorgestellten Algorithmen unter gleichen Vorgaben berechnet wurden. Für die Simulationen wurde eine Bildauflösung von 128×128 Pixeln bei einem quadratischen Messfeld von FOV = 0.24 m verwendet. Die Gradientenfeldstärke wurde auf $G_{\text{max}} = 19 \text{ mT}/\text{m}$ bei einer maximalen Steigung von $\dot{G}_{\text{max}} = 180 \text{ mT}/(\text{m} \cdot \text{ms})$ beschränkt. In den weiteren Simulationen und Messungen, die in der Arbeit abgebildet sind, wurden ebenfalls diese Parameter bzw. im Falle der Gradientengrenzwerte die jeweils maximal zulässigen Werte verwendet. Im Folgenden wird daher auf eine wiederholte Angabe der Sequenzparameter verzichtet, sofern nicht eine für die Darstellung wesentliche Abweichung von diesen Werten vorliegt.

Es zeigt sich, dass beide Trajektorien unter idealen Bedingungen vergleichbare Ergebnisse liefern und zur Aufnahme brauchbarer Bilder geeignet sind. Der zweite Algorithmus benötigt für die Aufnahme aufgrund der besseren Ausnutzung des Gradientensystems



Abb. 4.6: Vergleich der Bildqualität für beide Spiraltrajektorien. Die Simulationen wurden unter gleichen Aufnahmeparametern durchgeführt. (a) Algorithmus aus Abschnitt 4.4.3, (b) Einfacher Algorithmus aus Abschnitt 4.4.2, (c) Algorithmus aus 4.4.2 mit einem verringerten Windungsabstand

eine kürzere Messzeit, was im Hinblick auf mit der Messzeit ansteigende Messfehler wünschenswert ist. Für die weitergehenden Betrachtungen wird deshalb dieser Algorithmus verwendet.

Bei beiden Trajektorien treten in den Randbereichen der rekonstruierten Bilder Artefakte auf. Diese Artefakte sind typisch für Spiraltrajektorien und daher auch häufiger in Publikationen zu sehen [18, 19]. Die Artefakte resultieren vermutlich aus einer Verletzung des Nyquist-Kriteriums durch die Spiraltrajektorie, sodass es zu Einfaltungen in das Messfeld kommt. Die Vermutung wird dadurch bestätigt, dass sich die Artefakte durch eine Verkleinerung des Windungsabstands mittels des Parameters s in Gleichung (4.16) entfernen lassen (siehe Abbildung 4.6.c). Dieses hat jedoch einen Anstieg der Messzeit zur Folge, sodass es sinnvoller ist, Artefakte im Randbereich der Bilder in Kauf zu nehmen. Eine Verringerung der Abtastrate führt ebenfalls zu einer Abnahme der Intensität der Artefakte in den Randbereichen, jedoch verlagern sich die Artefakte dabei weiter in das Zentrum des Messfeldes, was vermieden werden sollte.

Vergleich mit der EPI Trajektorie

Die Spiraltrajektorien unterscheiden sich von der EPI Trajektorie insbesondere durch den zeitlichen Ablauf der Abtastung des k-Raumes. Bei der Spiral-Tomographie verläuft die Abtastung der im k-Raum enthaltenen Frequenzen symmetrisch von innen nach außen, d.h. zuerst werden die niedrigen, für den Bildkontrast dominanten Frequenzen abgetastet und am Ende die hohen Frequenzen, welche für Feinstrukturen verantwortlich sind. Dieses hat zur Folge, dass sich die T_2^* -Relaxation mit zunehmender Frequenz stärker auswirkt und die äußeren k-Raum Bereiche dementsprechend mit einer verringerten Signalamplitude aufgenommen werden. In Abbildung 4.7.a-c ist die Auswirkung der Simulation eines T_2^* -Abfalls auf eine Spiraltrajektorie dargestellt. Es zeigt sich, dass der T_2^* -Abfall erwartungsgemäß mit einem Verlust an Bildauflösung verbunden ist, da der Signalabfall im k-Raum zu einer Faltung des Bildes mit einer Lorentz-Kurve führt.



Abb. 4.7: Simulation von T_2^*-Abfall. (a-c) Spiraltrajektorie, (d-f) EPI Trajektorie. (a,d) kein T_2^* -Abfall, (b,e) realistischer T_2^* -Abfall, (c,f) übermäßig starker T_2^* -Abfall.

Bei EPI hingegen verläuft die Abtastung der Raumfrequenzen nicht symmetrisch, sondern die Abtastung beginnt in Phasenrichtung in hohen Frequenzbereichen, durchquert die niedrigen Frequenzen und endet wieder bei hohen Frequenzen. Selbiger Ablauf findet jeweils in Leserichtung beim Schalten des Lesegradienten statt. Bei Betrachtung der Signalamplitude entspricht dieses Abtastschema somit einer in Phasenrichtung abnehmenden Treppe. Aufgrund der in Abschnitt 4.3 für das Partial Fourier Prinzip vorgestellten Symmetrieeigenschaft der Fouriertransformation ist ein T_2^* -Abfall bei einer EPI Trajektorie in erster Linie nur mit einem Intensitätsverlust des Gesamtbildes verbunden. Bei einem starken T_2^* -Abfall treten zusätzlich sogenannte *Ringing*-Artefakte auf, die prinzipiell durch hartes Abschneiden einer Fouriertransformierten entstehen, und auch im Zusammenhang mit Partial Fourier Akquisitionen auftreten. Die Auswirkungen der Simulation von T_2^* -Relaxation auf eine EPI Trajektorie sind in Abbildung 4.7.e-f zu sehen.

Da bei EPI die Abtastung des k-Raum Zentrums erst nach der halben Gesamtakquisition erfolgt, ist ein EPI Bild grundsätzlich stärker T_2^* -gewichtet als ein Spiralbild, da sich die in der Nähe des k-Raum Zentrums befindenden Informationen besonders stark im Bild widerspiegeln. Aus diesem Grund betrachtet man bei der Anwendung von Bildgebungssequenzen oftmals die *Echozeit TE*. Die Echozeit ist allgemein definiert als der Zeitabstand zwischen dem Mittelpunkt des HF-Pulses und dem Abtastzeitpunkt des k-Raum Zentrums bzw. dem Punkt, der unter Vernachlässigung von Relaxationseffekten auf der Trajektorie die maximale Signalamplitude besitzt. Bei FLASH entspricht



Abb. 4.8: Erstes Gradientenmoment bei einer Spiraltrajektorie. Synchron mit dem Achsendurchgang der Trajektorie (gestrichelte Linie) kommt es jeweils zu einer Aufhebung des ersten Gradientenmomentes (durchgezogene Linie). Dargestellt ist das Moment des Lese-gradienten.

dieses dem jeweiligen Durchgang durch den Nullpunkt in Lesegradienten-Richtung, bei EPI dem Durchgang durch das k-Raum Zentrum nach der halben Akquisitionszeit und bei Spiralen dem Start der Spirale im k-Raum Zentrum. Definitionsgemäß besitzen Spiraltrajektorien daher eine wesentlich kürzere Echozeit als EPI Trajektorien. Die Echozeit ist somit keine brauchbare Größe für einen Geschwindigkeitsvergleich verschiedener Bildgebungssequenzen, sondern eignet sich lediglich zur Charakterisierung der Kontrasteigenschaften verschiedener Parametereinstellungen innerhalb einer Sequenz.

Betrachtung der Bewegungsempfindlichkeit

Mehrere Autoren haben berichtet, dass die Spiral-Tomographie gute Eigenschaften im Hinblick auf Artefakte durch Bewegung und Fluss besitzt [20–22]. Diese resultieren vorwiegend daraus, dass die Aufnahme des k-Raum Zentrums direkt nach der Anregung erfolgt und sich Bewegungsartefakte deshalb weniger stark auswirken können als bei EPI mit einer erheblich längeren Echozeit.

Durch einfache Modellierung von Fluss- und Bewegungseffekten kann man berechnen, dass durch die Bewegung des signalgebenden Objektes ein Phasenfehler entsteht, der Bildartefakte zur Folge hat [2]. Diese Artefakte sind deutlich reduziert, wenn der Phasenfehler zum Echozeitpunkt bzw. beim Achsendurchgang aufgehoben oder zumindest minimiert ist.

Der Phasenfehler lässt sich in Näherung mit

$$\phi_v(t) = \gamma \ \mathbf{v} \cdot \mathbf{m}(t) \tag{4.30}$$

berechnen [24], wobei \mathbf{v} der Geschwindigkeitsvektor in Schichtebene und $\mathbf{m}(t)$ das erste



Abb. 4.9: Erstes Gradientenmoment bei einer EPI Trajektorie. Oben: In Richtung des Lesegradienten (durchgezogene Linie) kommt es zu einer wiederholten Aufhebung des Momentes, die jedoch am Anfang nicht synchron mit den Achsendurchgängen der Trajektorie (gestrichelte Linie) ist. Unten: In Phasenrichtung findet keine wiederholte Aufhebung des Momentes (durchgezogene Linie) statt, insbesondere nicht beim Achsendurchgang der Trajektorie (gestrichelte Linie).

Gradientenmoment ist:

$$\mathbf{m}(t) = \int_{0}^{t} \tau \,\mathbf{G}(\tau) \cdot d\tau \;. \tag{4.31}$$

Berechnet man das erste Gradientenmoment für die Spiraltrajektorien, so sieht man, dass es in beiden Gradientenrichtungen zu einer periodischen Aufhebung kommt, die stets synchron mit den Achsendurchgängen im k-Raum ist (siehe Abbildung 4.8). Es entsteht daher unabhängig von der Bewegungsrichtung ein nur vergleichsweise geringer Phasenfehler bei den Achsendurchgängen. Außerdem ist der Betrag des ersten Gradientenmomentes während der Aufnahme des k-Raum Zentrums aufgrund der frühen Abtastung gering. Bei der EPI Trajektorie hingegen muss zwischen beiden Gradienten unterschieden werden. In Richtung des Lesegradienten kommt es zu einer wiederholten Aufhebung des ersten Gradientenmomentes (siehe Abbildung 4.9 oben), wobei diese jedoch am Start der Trajektorie durch den Vordephasierer zunächst nicht synchron mit den Achsendurchgängen ist. Im Gegensatz dazu kommt es in Phasengradientenrichtung zu keiner Aufhebung des ersten Gradientenmomentes, sondern der Betrag des Momentes steigt monoton an, weil der Phasengradient nicht mit unterschiedlichem Vorzeichen geschaltet wird (siehe Abbildung 4.9 unten). Daher sind EPI Trajektorien grundsätzlich empfindlicher gegenüber Objektbewegungen und die auftretenden Artefakte sind von der Richtung der Bewegung abhängig.

Durch spezielle Gradientenschaltungen kann eine Reduzierung der Bewegungsartefakte bei EPI Trajektorien erreicht werden, was als *Gradient Moment Nulling* bekannt ist. Eine detaillierte Betrachtung dieser Thematik im Hinblick auf EPI und Spiraltrajektorien findet sich in [21, 23, 24].

4.4.5 Spiralvariationen

Neben der vorgestellten, von innen nach außen verlaufenden Spirale mit äquidistanten Windungen gibt es eine Reihe von Variationen für eine Spiraltrajektorie, die kurz vorgestellt werden sollen.

Eine Möglichkeit besteht darin, die Spirale nicht von innen nach außen, sondern von außen nach innen laufen zu lassen [24, 25]. Dazu müssen vor dem Start der Spirale Gradienten geschaltet werden, die an den Rand des k-Raumes fahren, damit der Mittelpunkt der Spirale über dem k-Raum Zentrum liegt. Eine rückwärts laufende Spirale ändert das zeitliche Abtastverhalten der Trajektorie, weil das wichtige k-Raum Zentrum nicht mehr zu Beginn, sondern zum Schluss, d.h. mit einem großen zeitlichen Abstand von der Anregung, abgetastet wird. Dies kann Probleme verursachen, da sich die während der Aufnahme kumulativen Fehler besonders auf das k-Raum Zentrum und nicht mehr auf die hochfrequenten Peripheriebereiche des k-Raumes auswirken, welche für die Gesamtbildqualität von geringerer Bedeutung sind. Für bestimmte Anwendungen ist eine T_2^{\star} -Wichtung des k-Raum Zentrums wünschenswert und hierfür kann eine rückwärts laufende Spirale möglicherweise eine Alternative darstellen, da bei einer normalen Spirale eine T_2^* -Wichtung nur über den Einbau einer ineffizienten Pause zwischen Anregung und Abtastung realisiert werden kann. Hierbei kommt es jedoch zu einer deutlichen Reduzierung der Bewegungsunempfindlichkeit der Spirale, die mit dem frühen symmetrischen Abtasten des k-Raum Zentrums in Verbindung steht.

Eine rückwärts laufende Spirale wurde ferner mit einer normalen Spirale kombiniert, sodass die Bewegung zunächst von außen nach innen und dann wieder nach außen verläuft [26]. Dieses führt zu einer besseren zeitlichen Verteilung der k-Raum Abtastung und ist im Hinblick auf eine T_2^* -Wichtung möglicherweise interessant, jedoch ist eine solche Trajektorie aufgrund der gegenläufigen Bewegung empfindlicher gegenüber Abweichungen der tatsächlichen von der theoretischen Trajektorie.

Da sich die Hauptbildinformationen in der Nähe des k-Raum Ursprungs befinden, ist es



Abb. 4.10: Rechteckige Spiraltrajektorie und Gradientenschaltung. Links: k-Raum Trajektorie für die Aufnahme eines Bildes mit 32 × 32 Pixeln. Rechts oben: Schaltung des Lesegradienten. Rechts unten: Schaltung des Phasengradienten.

denkbar, die Abtastdichte mit zunehmendem Abstand vom Zentrum durch Vergrößerung des Windungsabstandes zu verkleinern und auf diesem Wege die Akquisitionszeit zu verkürzen, weil weniger Strecke zurückgelegt wird. Dieser Ansatz wird in [19,27,28] verfolgt. Problematisch dabei ist, dass zunächst unklar ist, welche Auswirkungen die Verletzung des Nyquist-Kriteriums auf das Bild hat, da zumindest im Fall kartesischer Trajektorien über den Abtastabstand die Größe des Messfeldes definiert wird [9].

4.5 Rechteckige Spiralen

Neben den zuvor beschriebenen glatten Spiralen wurde auch eine rechteckige Spiraltrajektorie implementiert, welche durch abwechselndes Schalten von Trapezen mit ansteigender Fläche realisiert wird (siehe Abbildung 4.10). Eine rechteckige Spirale stellt gewissermaßen einen Kompromiss aus Spiraltrajektorie und EPI dar, da sie das zeitliche Abtastverhalten einer Spirale besitzt, jedoch mit EPI vergleichbare Gradientenschaltungen sowie kartesische Abtastbahnen verwendet werden. Die Betrachtung rechteckiger Spiralen ist deshalb trotz der ineffizienten k-Raum Abtastung interessant, weil vermutet wurde, dass wesentliche Probleme bei der Spiral-Tomographie daraus resultieren, dass die Gradientensysteme nicht für das Schalten derartiger Formen und insbesondere das gleichzeitige Schalten zweier unterschiedlicher Formen ausgelegt sind [15, 29]. Ferner ist ein mit einer rechteckigen Spirale aufgenommenes Bild frei von Rekonstruktionsartefakten, die möglicherweise durch die nicht-kartesische Abtastung bei der Spiral-Tomographie entstehen. Intuitiv wäre somit zu erwarten, dass die Bildqualität bei rechteckigen Spiraltrajektorien besser als bei glatten Spiralen ist. Dies hat sich jedoch als falsch herausgestellt und wird in Kapitel 6 besprochen. Für die Berechnung der Trajektorien wurde auf die im Zusammenhang mit FLASH in Abschnitt 4.2 vorgestellten Routinen zurückgegriffen.

4.6 Zusammenfassung

Für die konventionellen Bildgebungsverfahren FLASH und EPI wurden die k-Raum Trajektorien sowie die Vorgehensweisen zur Berechnung der Gradientenschaltungen dargestellt. Die Berechnung der Gradientenschaltungen für die spiralförmige k-Raum Abtastung ist aufgrund der system- und patientenbedingten Limitierungen mit einigen Schwierigkeiten verbunden. Es wurden zwei Algorithmen vorgestellt, mit denen randbedingungskompatible Spiraltrajektorien berechnet werden können. Es konnte durch Simulationen gezeigt werden, dass beide Trajektorien zur Erstellung von Aufnahmen mit guter Qualität geeignet sind.

Sowohl mit EPI Trajektorien als auch Spiraltrajektorien können Schichtaufnahmen mit einer einzelnen Anregung erstellt werden, sodass sich beide Verfahren für Schichtaufnahmen mit hoher Geschwindigkeit eignen. Die EPI Trajektorie besitzt den Vorteil, dass die Trajektorienberechnung einfacher ist und sich aus wiederholenden Gradientenschaltungen zusammensetzt. Durch die Aufnahme entlang kartesischer Bahnen ist es einerseits möglich, die Bildauflösung und das Messfeld für beide Bildrichtungen jeweils dem Messobjekt anzupassen und andererseits einen Teil des k-Raums bei der Abtastung aufgrund der Symmetrieeigenschaften der Fouriertransformation auszulassen (Partial Fourier). Durch diese Eigenschaften ist bei EPI eine deutliche Verkürzung der Auslesezeit möglich.

Die Spiraltrajektorien ermöglichen durch die kürzere zurückgelegte Strecke eine effizientere Abtastung des k-Raumes, die jedoch mit Artefakten in den Randbereichen des Bildes verbunden ist. Durch das frühe symmetrische Abtasten des k-Raum Zentrums sowie durch eine periodische Aufhebung des ersten Gradientenmomentes in beiden Gradientenrichtungen sind mit Spiraltrajektorien aufgenommene Bilder unempfindlicher gegenüber Bewegungen des Objektes. Aufgrund der Symmetrie der Trajektorie ist es bei Spiralen ohne Schwierigkeiten möglich, die Anzahl der pro Schichtaufnahme verwendeten Anregungen zu erhöhen, indem der Windungsabstand vergrößert und die Spirale nach jeder Anregung gedreht wird.

EPI und Spiraltrajektorien unterscheiden sich hinsichtlich des zeitlichen Abtastverhaltens des k-Raumes. Durch den Start der Abtastung in den Randbereichen des k-Raumes liegt bei EPI Aufnahmen stets eine stärkere T_2^* -Wichtung vor. Bei den Spiraltrajektorien kann eine T_2^* -Wichtung durch Einbau einer Pause oder Umkehrung der Spirale erreicht werden.

Zur Eingrenzung der Ursachen von Artefakten wurde eine rechteckige Spiraltrajektorie vorgestellt. Diese besitzt das zeitliche Abtastverhalten einer Spirale, verwendet jedoch mit EPI Trajektorien vergleichbare Gradientenschaltungen und ermöglicht dadurch bei der Bildrekonstruktion die konventionelle Verfahrensweise.

Kapitel 5

Bildrekonstruktionsverfahren

In dem einleitenden Abschnitt des folgenden Kapitels soll zunächst der Ablauf der Bildrekonstruktion aus Rohdaten einer konventionellen Akquisition erläutert und die Problemstellung bei der Rekonstruktion von Rohdaten aus Spiraltrajektorien dargestellt werden. Anschließend werden drei Lösungsansätze vorgestellt.

5.1 Grundsätzliche Überlegungen

In Abschnitt 2.5.3 wurde gezeigt, dass das aufgenommene Signal der Fouriertransformierten der Spindichte der angeregten Schicht entspricht:

$$S(t) = c \cdot \int \rho(\mathbf{r}) \, e^{i\mathbf{k}(t)\cdot\mathbf{r}} \, d^2\mathbf{r} \,. \tag{5.1}$$

Die Rekonstruktion der Schichtaufnahme $I(\mathbf{r})$ kann durch eine inverse Fouriertransformation der aufgenommenen Daten erfolgen:

$$I(\mathbf{r}) = c \cdot \int S(t(\mathbf{k})) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d^2\mathbf{k} .$$
(5.2)

Da die Fouriertransformierte durch die Digitalisierung diskret abgetastet wird, geht Gleichung (5.2) in eine Summe über:

$$I(\mathbf{r}) = c \cdot \sum_{t=0}^{T} S(t) e^{-i\mathbf{k}(t)\cdot\mathbf{r}} \Delta \mathbf{k}(t) , \qquad (5.3)$$

was einer diskreten Fouriertransformation (DFT) entspricht. Die Berechnung einer diskreten Fouriertransformation ist aufgrund der hohen Anzahl von komplexen Rechenoperationen ein numerisch aufwändiges Verfahren. Da es sich um ein $O(n^2)$ Problem handelt, erfordert die Rekonstruktion von MR-Bildern mit einer Anzahl von Datenpunkten in der Größenordnung von 10^4 bis 10^5 auf diesem Wege eine unakzeptable Rechenzeit. In jüngster Zeit wurden Ansätze vorgestellt, die eine Beschleunigung der



Abb. 5.1: Rekonstruktion eines MR-Bildes. (a) Rohdaten (Realteil), (b) Bilddaten nach Fouriertransformation in Leserichtung (Realteil), (c) rekonstruiertes Betragsbild, (d) rekonstruiertes Phasenbild

DFT ermöglichen [30,31]. Die Zeitersparnis liegt bisher jedoch nur bei einem Faktor von etwa drei, weshalb die DFT selbst auf modernen Rechnerarchitekturen nach wie vor praktisch nicht für diese Zwecke eingesetzt werden kann.

Anstelle der DFT verwendet man daher meist eine schnelle Fouriertransformation (FFT), die auf den Arbeiten von COOLEY und TUKEY aus den sechziger Jahren basiert und die Anzahl der benötigten Rechenoperationen auf ein $O(n \log n)$ Problem reduziert, was einen wesentlichen Geschwindigkeitsgewinn bedeutet [14]. Der FFT Algorithmus erfordert einen äquidistanten Abstand zwischen den Datenpunkten im k-Raum. Für die konventionellen MR-Verfahren stellt dieses kein Problem dar, weil die Abtastung des k-Raumes entlang kartesischer Koordinaten verläuft und durch die Verwendung einer konstanten Gradientenamplitude bei konstanter Abtastrate ein gleicher Abstand gewährleistet wird. Lediglich beim Ein- und Ausschalten der Gradienten treten nicht-äquidistante Messpunkte auf. Diese können jedoch beispielsweise verworfen werden, da sie sich in den Randbereichen des k-Raumes befinden.

Die Rekonstruktion eines durch ein konventionelles Verfahren (z.B. EPI oder FLASH) gewonnenen Datensatzes läuft in folgenden Schritten ab:

- 1. Das als Zeitreihe gewonnene Signal wird gemäß der jeweiligen k-Raum Position in einer Matrix angeordnet, wobei jede Zeile der Matrix den während eines Lesegradienten aufgenommenen Werten entspricht. Man erhält somit eine Matrix aus $N \times N$ komplexen Datenpunkten (siehe Abbildung 5.1.a).
- 2. Für jede Zeile der Matrix, d.h. in Lesegradientenrichtung, wird eine schnelle Fouriertransformation durchgeführt (siehe Abbildung 5.1.b).
- 3. Für jede Spalte der Matrix, d.h. in Phasengradientenrichtung, wird eine schnelle Fouriertransformation durchgeführt.
- 4. Der Betrag der Matrixpunkte wird berechnet und als Bild dargestellt (siehe Abbildung 5.1.c).

Durch das aufeinanderfolgende Ausführen einer FFT in den Schritten 2 und 3 wird das Signal zweidimensional Fourier transformiert, wobei die Reihenfolge der Schritte



Abb. 5.2: Notwendigkeit für Regridding bei Spiraltrajektorien. Die Messpunkte einer Spiraltrajektorie (graue Punkte) liegen allgemein nicht auf den Positionen der Matrixeinträge (schwarze Punkte). Daher ist eine abstandsgewichtete Verteilung der Messwerte erforderlich.

2 und 3 keine Rolle spielt. Alternativ zu Schritt 4 kann auch der Phasenwinkel der Matrixpunkte berechnet werden, wodurch man ein Phasenbild erhält (siehe Abbildung 5.1.d).

Der hier vorgestellte Rekonstruktionsablauf lässt sich nicht direkt für die Spiral-Tomographie anwenden, da einerseits die Abtastpunkte nicht auf einem kartesischen Gitter liegen und andererseits die Abstände zwischen den Messpunkten in Bezug auf kartesische Koordinaten nicht äquidistant sind (siehe Abbildung 5.2). Dieses Problem ist neben der komplizierten Trajektorienberechnung der zweite wesentliche Grund für den geringen Verbreitungsgrad der Spiral-Tomographie.

Da eine DFT zu langsam für eine Rekonstruktion ist, besteht der zur Zeit einzig praktikable Ansatz darin, die Messdaten in geeigneter Weise auf einer kartesischen Matrix zu verteilen und diese anschließend gemäß des vorgestellten Ablaufs mittels FFT zu rekonstruieren. Die Verteilung der Messdaten auf der Matrix wird als *Regridding* bezeichnet. Problematisch ist, dass es sich bei dem Signal um Daten aus dem Frequenzraum handelt und gewöhnliche Interpolationsverfahren nicht angewendet werden können, weil diese aufgrund der anschließenden Fouriertransformation zu Bildfehlern führen. In den folgenden Abschnitten sollen drei unterschiedliche Ansätze zur Lösung dieses Problems vorgestellt und mit Hilfe von Simulationen auf mögliche Artefakte untersucht werden.

5.2 Verwendung einer vergrößerten Matrix

Bei nicht-kartesischen Abtasttrajektorien befinden sich die Messpunkte im Allgemeinen nicht an den Positionen im k-Raum, die den Matrixpunkten zugeordnet werden können, sondern liegen zwischen den Matrixpunkten (siehe Abbildung 5.2). Ignoriert man die-



Abb. 5.3: Rekonstruktion mit vergrößerter Matrix. (a) Verteilung der Rohdaten auf Matrix mit doppelter Bildgröße, (b) Rekonstruktion des Bildes mit vergrößertem FOV, (c) Entfernung der ungewünschten Randbereiche

se Abweichung und ordnet die Messpunkte trotzdem direkt den Matrixpunkten zu, so führt dies zu Bildartefakten, da eine Fehlzuordnung zwischen Messsignal und k-Raum Position vorliegt. Verwendet man jedoch für die Rekonstruktion eines Bildes mit $N \times N$ Pixeln anstelle einer $N \times N$ Matrix eine größere Matrix, beispielsweise eine $3N \times 3N$ Matrix, und verteilt die Daten über die gesamte Matrix, so kommt es zu einer Reduzierung der Artefakte, da die Abweichung zwischen tatsächlicher und weiterverarbeiteter k-Raum Position durch die feinere Auflösung der Matrix geringer wird [32].

Nach Gleichung (4.3) ist die Größe des Messfeldes FOV reziprok zu dem Abstand zweier Matrixpunkte Δk . Die Verwendung einer feineren Matrix hat daher eine Vergrößerung des Messfeldes zur Folge. Der informationslose Rand kann nach der Fouriertransformation abgeschnitten werden (siehe Abbildung 5.3).

Bei der im Rahmen der Rekonstruktion durchgeführten Fouriertransformation (5.3) findet eine gewichtete Summation über das Signal der einzelnen Messpunkte statt. Die nicht-kartesischen Trajektorien besitzen anders als die kartesischen im Allgemeinen keine gleichmäßige Abtastdichte. Bei Spiralen ist die Abtastdichte im Zentrum höher als in den Randbereichen. Durch die Summation kann nicht unterschieden werden, ob die Amplitude innerhalb einer Region der tatsächlichen Signalamplitude entspricht oder ob die Amplitude aus einer hohen Abtastdichte und somit großen Anzahl einbezogener Punkte resultiert. Dies führt bei Spiralen zu einer Übergewichtung der niedrigen Frequenzen im Bereich des k-Raum Zentrums, was sich in einem kontrastarmen und unscharfen Bild äußert. Es ist daher notwendig, eine lokal unterschiedliche Abtastdichte durch eine zusätzliche Wichtung der Punkte zu kompensieren. Dies wird als *Dichtekompensation* bezeichnet und spielt insbesondere für das im nächsten Abschnitt besprochene Verfahren eine wichtige Rolle.

Bei der Verwendung einer vergrößerten Matrix kann eine einfache Kompensation einer unterschiedlichen Abtastdichte erreicht werden, indem der Signalanteil jedes Messpunktes mit der Anzahl der Punkte, die ebenfalls der gleichen Matrixposition zugeordnet werden, gewichtet wird. Die Auswirkung dieser Kompensation ist in Abbildung 5.4 zu sehen.



Abb. 5.4: Notwendigkeit der Dichtekompensation. Rekonstruktion eines Bildes mit dreifacher Matrixgröße (a) mit Dichtekompensation, (b) ohne Dichtekompensation. Die Abschaltung der Dichtekompensation in (b) führt zu einem deutlichen Verlust an Bildschärfe und Kontrast.

Die Rekonstruktion eines Bildes mit $N\times N$ Pixeln läuft bei diesem Verfahren somit in folgenden Schritten ab:

- 1. Es wird eine Matrix mit $N_v \times N_v$ Einträgen erzeugt und alle Werte auf Null gesetzt, wobei $N_v = v \cdot N > N$ ist.
- 2. Für jeden Punkt \mathbf{p} der $N_v \times N_v$ Matrix werden die Messpunkte gesucht, für die $|k_r(t) p_r| \leq \Delta k/v$ und $|k_p(t) p_p| \leq \Delta k/v$ gilt. Die Messwerte der bestimmten Punkte werden anschließend mit dem Reziproken der Anzahl gefundener Punkte multipliziert und summiert. Die Summe wird an der zum Punkt \mathbf{p} gehörenden Position in die Matrix eingetragen.
- 3. Es wird zeilen- und spaltenweise eine Fouriertransformation der $N_v \times N_v$ Matrix durchgeführt.
- 4. Die $N \times N$ Submatrix wird aus dem Zentrum der transformierten $N_v \times N_v$ Matrix kopiert und der verbleibende Rand verworfen.

In Abbildung 5.5 sind die Ergebnisse der Rekonstruktion von Simulationsdaten unter Verwendung unterschiedlich großer Matrizen dargestellt. Man sieht, dass die Bilder deutlich sichtbare Artefakte aufweisen, insbesondere in Flächen mit homogener Intensität. Die Bildqualität wird mit zunehmender Matrixgröße besser, allerdings tritt parallel ein Verlust an Bildschärfe auf. Dieser Verlust begründet sich darin, dass die Dichtekompensation jeweils nur innerhalb der direkten Umgebung eines Matrixpunktes durchgeführt wird. Durch eine Vergrößerung der Matrix verkleinern sich die Umgebungen der Matrixpunkte, sodass bei der Dichtewichtung eine verringerte Anzahl von Punkten betrachtet wird. Im Extremfall ist die Umgebungsgröße so klein, dass jedem Matrixpunkt nur ein Messpunkt zugeordnet wird und die Dichtekompensation somit funktionslos ist. Bei der Verwendung von wesentlich größeren Matrizen als $N \times N$ ist deshalb eine komplexere Dichtekompensation erforderlich.



Abb. 5.5: Rekonstruktion mit unterschiedlicher Matrixgröße. Die Qualität des Bildes nimmt mit steigender Matrixgröße zu, parallel tritt ein Verlust an Kontrast auf. (a) $N_v = N$, (b) $N_v = 2 N$, (c) $N_v = 3 N$, (d) $N_v = 5 N$, (e) $N_v = 10 N$.

Das vorgestellte Verfahren stellt eine einfache Lösung für das Regridding-Problem dar und liefert bei einer Matrixgröße von ungefähr 3N Ergebnisse, die im Hinblick auf experimentelle Anwendungen von ausreichender Qualität sind. Vorteilhaft ist, dass keine rechenaufwändigen Algorithmen für die Zuordnung von Mess- und Matrixpunkten verwendet werden, sodass der Regriddingvorgang in sehr kurzer Zeit erfolgt. Das Verfahren eignet sich deshalb beispielsweise gut zur Optimierung von Trajektorienparametern, weil hierbei das Regridding immer wieder neu durchgeführt werden muss. Im Gegensatz zum Regriddingvorgang ist das Verfahren bei der anschließenden Rekonstruktion vergleichsweise langsam, da die FFT für eine wesentlich größere Matrix durchgeführt werden muss. Aufgrund dieser Tatsache sowie unter Berücksichtigung der auftretenden Bildartefakte sollte für einen anwendungsorientierten Einsatz ein anderes Verfahren gewählt werden.

5.3 Konventionelles Regridding

Eine Verbesserung der Bildqualität erreicht man, indem anstelle der Vernachlässigung der Abweichung zwischen Mess- und Matrixpunkten eine Interpolation bei der Berechnung der Matrixpunkte durchführt wird. Eine Interpolation entspricht formal einer Faltung der Messpunkte mit einem Interpolationskern. Aufgrund der Eigenschaften der Fouriertransformation ist diese Faltung der Messdaten mit der Multiplikation des re-



Abb. 5.6: Artefakte bei konventionellem Regridding. (a) Bei Interpolation mit der Sinc-Funktion treten Faltungsartefakte durch das Abschneiden der Fouriertransformierten auf. (b) Bei Interpolation mit der Kaiser-Bessel Funktion tritt im rekonstruierten Bild ein Roll-Off Effekt auf (L = 3.0, B = 4.2054). (c) Mittels Division durch die Fouriertransformierte des Interpolationskerns kann der Roll-Off Effekt kompensiert werden. (d) Bei einfacher Matrixgröße sind Einfaltungsartefakte je nach Interpolationskern deutlich sichtbar (L = 3.0, B = 13.9086). (e) Durch die Verwendung einer vergrößerten Matrix kann die Intensität der Einfaltungen reduziert werden.

konstruierten Bildes mit der Fouriertransformierten des Interpolationskerns verbunden. Hierbei ist es wünschenswert, dass die Multiplikation mit der Fouriertransformierten das Bild möglichst wenig verändert. Im idealen Fall sollte die Fouriertransformierte des Interpolationskerns daher ein Rechteck mit Breite des Bildes sein, was der Fouriertransformierten der Sinc-Funktion entspricht. Obwohl man intuitiv eine lineare Interpolation bevorzugen könnte, ist diese somit nachteilig, weil die Multiplikation mit der Fouriertransformierten einer linearen (bzw. Dreiecks-) Funktion Artefakte verursacht.

Da der Träger der Sinc-Funktion nicht beschränkt ist, führt die Faltung einer diskreten Menge - in diesem Fall der Messwerte - mit der Sinc-Funktion zu einer unbeschränkten Menge. Um daraus eine Matrix in Bildgröße zu erhalten, muss ein endlicher Bereich aus der Menge ausgeschnitten werden, was formal wieder einer Multiplikation mit einer Rechteckfunktion entspricht, die sich als Faltung des Bildes mit einer Sinc-Funktion äußert (siehe Abbildung 5.6.a). Die direkte Verwendung einer Sinc-Funktion als Interpolationskern ist daher nicht möglich, sondern man muss auf einen abgeschnittenen, gefilterten Sinc-Kern zurückgreifen. Ein solcher begrenzter Interpolationskern ist ferner mit einem drastischen Geschwindigkeitsgewinn verbunden, weil die Anzahl der Gleit-



Abb. 5.7: Kaiser-Bessel Interpolationskern. Links: Kaiser-Bessel-Funktion mit L = 3.0und B = 13.9086. Rechts: Fouriertransformierte der Kaiser-Bessel-Funktion dargestellt im Intervall -FOV/2 bis FOV/2

kommaoperationen während der Faltung wesentlich reduziert wird. Im Kontext von medizinischer Bildgebung wurde diese Vorgehensweise erstmals von O'SULLIVAN vorgestellt [33]. Sie ist das derzeit gebräuchlichste Verfahren für die Rekonstruktion von nicht-kartesischen MR-Daten, weshalb man von *konventionellem Regridding* spricht.

JACKSON ET AL. haben verschiedene mögliche Interpolationskerne bezüglich der Qualität des rekonstruierten Bildes untersucht [34]. Demnach erhält man gute Ergebnisse unter Verwendung einer *Kaiser-Bessel-Funktion* (siehe Abbildung 5.7) [35]:

$$\operatorname{KB}(x) = \begin{cases} \frac{1}{L} I_0(B\sqrt{1 - (2x/L)^2}) & \text{für } |x| \le L/2 \\ 0 & \text{für } |x| > L/2 \end{cases} .$$
(5.4)

Hierbei ist $I_0(x)$ die modifizierte, reguläre zylindrische Besselfunktion nullter Ordnung, L die Fensterbreite des Kerns und B ein Formparameter, der die Höhe der Überschwinger und die Breite des Hauptmaximums festlegt. Die Kaiser-Bessel-Funktion ist eine Approximation der aufwändig zu berechnenden prolaten spheriodalen Wellenfunktionen, die sich durch eine begrenzte Zeitdauer und Konzentration der Energie im Bereich niedriger Frequenzen auszeichnen.

Durch die Faltung der Messdaten mit einem Kern, dessen Fouriertransformierte nicht bzw. nur näherungsweise einem Rechteck entspricht, tritt im rekonstruierten Bild eine Profilverzerrung auf. Die Profilverzerrung äußert sich in einer Abschwächung der Intensität in den Randbereichen des Bildes und wird als *Roll-Off Effekt* bezeichnet (siehe Abbildung 5.6.b). Das Objektprofil kann mittels Division durch die Fouriertransformierte des Interpolationskerns nach der Fouriertransformation korrigiert werden, was als *Roll-Off Korrektur* oder *Deapodization* bekannt ist (siehe Abbildung 5.6.c). Für die begrenzte Kaiser-Bessel-Funktion gemäß Gleichung (5.4) liegt keine analytische Fouriertransformierte vor. Daher verwendet man für die Roll-Off Korrektur die Fouriertransformierte der Kaiser-Bessel-Funktion unter Vernachlässigung der Fallunterscheidung, d.h. für die nicht abgeschnittene Funktion $\frac{1}{L} I_0(B\sqrt{1-(2x/L)^2})$. Die Fouriertransformierte für diese Funktion lautet

$$kb(x) = \frac{\sin\sqrt{\pi^2 L^2 x^2 - B^2}}{\sqrt{\pi^2 L^2 x^2 - B^2}}$$
(5.5)

und ist in Abbildung 5.7 dargestellt.

Das konventionelle Regridding wird üblicherweise in Verbindung mit einer vergrößerten Matrix eingesetzt, weil vermutet wird, dass es durch die Verwendung eines endlichen Interpolationskerns zu Einfaltungen kommt, welche durch das vergrößerte Messfeld weiter vom Bildzentrum bzw. Messobjekt entfernt liegen [12]. Diese Vermutung konnte nicht bestätigt werden, da diese Effekte auch bei den anderen Regriddingverfahren auftreten, bei einer höheren Windungsanzahl der Spirale sowie einer EPI Trajektorie jedoch ausbleiben (vgl. Abschnitt 4.4.4). Dieser Effekt scheint somit nicht direkt mit der Rekonstruktion, sondern eher mit einer Verletzung des Nyquist-Kriteriums bei der Datenaufnahme in Verbindung zu stehen. Trotzdem führt die Verwendung einer vergrößerten Matrix zu einer Steigerung der Bildqualität, da die Intensität der Einfaltungen in den objektnahen Regionen deutlich reduziert wird (siehe Abbildung 5.6.d-e). Nachteilig wirkt sich jedoch aus, dass sowohl der Regriddingvorgang als auch die anschließende Fouriertransformation durch die üblicherweise doppelte Matrixgröße deutlich verlangsamt wird.

Die Qualität des Bildes hängt ferner von der Breite des Interpolationskerns ab, wobei die benötigte Rechenzeit mit zunehmender Breite des Kerns ansteigt. Eine Bestimmung von Parametern mit möglichst geringen Artefakten wurde ebenfalls in [34] durchgeführt und es hat sich eine Fensterbreite von L = 3.0 und B = 4.2054 bei einfacher Matrixgröße sowie L = 3.0 und B = 13.9086 bei doppelter Matrixgröße als guter Kompromiss herausgestellt. Der k-Raum wurde hierbei auf ein Messfeld von FOV = 1 normiert, damit die Parameterwerte von der jeweiligen Bildauflösung und der Größe des Messfeldes unabhängig sind.

Wie bereits im vorigen Abschnitt angesprochen, ist es notwendig, eine unterschiedliche Dichte der Messpunkte auszugleichen. Prinzipiell ist die Jacobi-Determinante der Trajektorie ein Indikator für die Abtastdichte, weil die Abtastrate konstant ist und die Dichte somit von der Geschwindigkeit der Bewegung im k-Raum abhängt. Bei zweidimensionalen Trajektorien besteht jedoch das Problem, dass sich die Trajektorie mehrfach zeitlich getrennt begegnen kann, insbesondere bei der Verwendung mehrerer Anregungen. Die daraus resultierende Abtastdichte kann von der Jacobi-Determinante allgemein nicht erfasst werden, sodass Trajektorien-spezifische oder alternative Ansätze gewählt werden müssen.

MEYER ET AL. haben in [22] eine approximative analytische Lösung für den Fall einer Archimedischen Spirale aufgestellt. Die Dichtekompensation wird hierbei durch Multiplikation der aufgenommenen Werte mit der Funktion

$$DCF_1(t) = |\mathbf{G}(t)| \cdot |\sin(\arg[\mathbf{G}(t)] - \arg[\mathbf{k}(t)])|$$
(5.6)



Abb. 5.8: Qualität der vorgestellten Dichtekompensationen. Links: Unter Verwendung der Dichtekompensationen rekonstruierte Bilder. Rechts: Auftragung der Bildintensität entlang der links eingezeichneten Linie. Die gestrichelte Kurve entspricht dem theoretischen Intensitätsverlauf. (a) ohne Dichtekompensation, (b) DCF_1 , (c) DCF_2 , (d) Verwendung eines Voronoi-Diagramms.



Abb. 5.9: Voronoi Diagramme für Spiraltrajektorien. Links: Darstellung des Funktionsprinzips an einer Spirale mit konstanter Winkelgeschwindigkeit. Die Größe der Voronoi-Zellen verhält sich umgekehrt zu der lokalen Abtastdichte der Trajektorie. Rechts: Voronoi Diagramm für eine tatsächlich zur Messung verwendete Spiraltrajektorie. Erkennbar sind lineare Abschnitte der Trajektorie, welche daraus resultieren, dass die Abtastrate höher als die Rasterzeit der Gradienten ist.

realisiert, wobei der erste Term die Geschwindigkeit im k-Raum und der zweite Term die erhöhte Dichte im Ursprung der Spirale kompensiert. Die Verwendung dieser Gleichung für die Dichtekompensation liefert gute Ergebnisse (siehe Abbildung 5.8.b). HOGE ET AL. haben ausgehend von der Jacobi-Determinante ebenfalls eine Funktion für die Dichtekompensation für Spiraltrajektorien berechnet [36]:

$$DCF_2(t) = |\mathbf{k}(t)| \cdot |\mathbf{G}(t)| \cdot |\cos(\arg[\mathbf{G}(t)] - \arg[\mathbf{k}(t)])|.$$
(5.7)

Diese Funktion liefert jedoch im vorliegenden Fall schlechtere Ergebnisse (siehe Abbildung 5.8.c). Der Nachteil beider Ansätze besteht darin, dass diese Art der Kompensation ausschließlich für Spiraltrajektorien gültig ist und nicht bei beliebigen oder deformierten Trajektorien angewendet werden kann.

Eine allgemein anwendbare Dichtekompensation kann durch die Verwendung von *Voronoi-Diagrammen* realisiert werden (siehe Abbildung 5.9) [37]. Bei der Berechnung eines Voronoi-Diagramms wird zunächst eine *Delaunay-Triangularisierung* der Eingabepunkte durchgeführt, bei der benachbarte Punkte bestimmt und verbunden werden [38]. Anschließend werden Punkte in der Umgebung jedes Eingabepunktes bestimmt, deren konvexe Hülle für alle Eingabepunkte die maximale Fläche besitzt. Man erhält auf diesem Weg somit für jeden Eingabepunkt eine Zelle, welche die maximal mögliche Fläche besitzt, ohne dabei die benachbarte Zelle zu überschneiden. Der Flächeninhalt der Zelle steht daher im direkten Zusammenhang mit der Dichte der Eingabepunkte, d.h. in diesem Fall der Abtastdichte. Eine Kompensation der Abtastdichte kann

ereicht werden, indem jeder Trajektorienpunkt mit dem Flächeninhalt seiner Voronoi-Zelle gewichtet wird. Für die Berechnung der Voronoi-Diagramme liegen verschiedene Algorithmen vor [39, 40]. Im Rahmen der Arbeit wurde für die Diagrammberechnung auf das Softwarepaket Qhull¹ zurückgegriffen, welches auf dem in [39] beschriebenen Algorithmus basiert. Neben den numerischen Schwierigkeiten bei der Berechnung der Diagramme existiert ferner das Problem, dass die Zellen in den Randbereichen der Trajektorie unbegrenzt oder durch mangelnde Berandung zu groß sind, sodass eine besondere Behandlung der Randbereiche erforderlich ist. Es hat sich gezeigt, dass eine auf Voronoi-Diagrammen basierte Dichtekompensation Bilder von sehr guter Qualität liefert (siehe Abbildung 5.8.d). Insbesondere aufgrund der hohen Flexibilität stellt dieser Ansatz eine interessante Alternative zu den weitgehend eingesetzten analytischen Korrekturen dar. Hierbei ist jedoch zu bedenken, dass die Berechnung und Auswertung der Voronoi-Diagramme eine hohe Rechenleistung erfordert und nur durch eine Vorberechnung praktisch einsetzbar ist.

Die Rekonstruktion eines Bildes mit $N \times N$ Pixeln mittels konventionellem Regridding läuft in folgenden Schritten ab:

- 1. Die lokale Abtastdichte der Trajektorie wird bestimmt und durch Multiplikation der Messwerte mit dem Reziproken der zugehörigen Dichte kompensiert.
- 2. Es wird eine Matrix mit $2N\times 2N$ Einträgen erzeugt und alle Werte auf Null gesetzt.
- 3. Für jeden Punkt **p** der Matrix wird eine Summation über die Messpunkte durchgeführt, wobei die Messpunkte durch den Interpolationskern KB(x) abstandsabhängig gewichtet werden:

$$S(\mathbf{p}) = \sum_{i=0}^{N} S(\mathbf{k}_i) \cdot \text{KB}(|\mathbf{k}_i - \mathbf{p}|) .$$
(5.8)

Dieses entspricht einer Faltung der Messpunkte mit dem Interpolationskern und der anschließenden Auswertung an der Matrixposition.

- 4. Es wird zeilen- und spaltenweise eine Fouriertransformation der $2N\times 2N$ Matrix durchgeführt.
- 5. Die Matrixpunkte werden mit dem Reziproken der Fouriertransformierten des Interpolationskerns kb(x) multipliziert (Roll-Off Korrektur).
- 6. Die $N \times N$ Submatrix wird aus dem Zentrum der transformierten $2N \times 2N$ Matrix kopiert und der verbleibende Rand verworfen.

¹ www.thesa.com/software/qhull

5.4 Block Uniform Resampling

Seit jüngster Zeit gibt es Veröffentlichungen, in denen Verfahren vorgestellt wurden, bei denen der Regriddingvorgang iterativ durchgeführt wird [41, 42]. Diesen Verfahren liegt eine inverse Formulierung des Problems zugrunde. Repräsentativ für diese Familie von Verfahren wurde im Rahmen der Arbeit das *Block Uniform Resampling (BURS)* betrachtet, welches von ROSENFELD beschrieben wurde [43].

Matrixdarstellung des konventionellen Regriddings

Für eine Diskussion von BURS bietet sich eine Betrachtung des Problems in Matrixschreibweise an. Um einen Zusammenhang zwischen dem konventionellen Regridding und den iterativen Verfahren herzustellen, soll zunächst auch das konventionelle Regridding in Matrixschreibweise dargestellt werden.

Sei

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} S(\mathbf{k}_1) \\ \vdots \\ S(\mathbf{k}_n) \end{pmatrix}$$
(5.9)

der Vektor mit den Messwerten entlang der nicht-kartesischen Trajektorie mit den Koordinaten \mathbf{k}_1 bis \mathbf{k}_n , und

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} S(\mathbf{p}_1) \\ \vdots \\ S(\mathbf{p}_m) \end{pmatrix}$$
(5.10)

der Vektor mit den gewünschten Werten an den kartesischen Matrixpositionen \mathbf{p}_1 bis \mathbf{p}_m . Die Faltung mit der Kaiser-Bessel-Funktion (5.8) kann als Multiplikation einer Interpolationsmatrix \mathbf{R} mit dem Vektor \mathbf{b} geschrieben werden:

$$\mathbf{x} = \mathbf{R}\mathbf{b} , \qquad (5.11)$$

wobei **R** eine $n \times m$ Matrix ist mit:

$$R_{ij} = \mathrm{KB}(|\mathbf{k}_i - \mathbf{p}_j|) \ . \tag{5.12}$$

Durch den Roll-Off Effekt entsprechen die fouriertransformierten, kartesischen Punkte noch nicht direkt der Fouriertransformierten des Objektes und nach der Fouriertransformation muss zunächst die Roll-Off Korrektur durchgeführt werden. Da an dieser Stelle nur die Schritte vor der Fouriertransformation betrachtet werden sollen, lässt sich dieser Schritt als Entfaltung (Deconvolution) schreiben:

$$\mathbf{x} = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{R} \mathbf{b} \,, \tag{5.13}$$

wobei **C** eine $m \times m$ Matrix ist mit:

$$C_{ij} = \mathrm{KB}(|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j|) . \tag{5.14}$$

Die Dichtekompensation lässt sich schließlich als Multiplikation des Eingabevektors **b** mit einer $n \times n$ Diagonalmatrix **D** berücksichtigen, sodass sich mit

$$D_{ij} = \begin{cases} 1/\rho(\mathbf{k}_i) & \text{falls } i = j \\ 0 & \text{andernfalls} \end{cases}$$
(5.15)

insgesamt für den Regriddingvorgang ergibt:

$$\mathbf{x} = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{R} \mathbf{D} \mathbf{b} \ . \tag{5.16}$$

Die Einzeloperationen lassen sich abschließend zu einer gemeinsamen Matrix $\mathbf{A}_G = \mathbf{C}^{-1}\mathbf{R}\mathbf{D}$ zusammenfassen, sodass sich der gesamte Regriddingvorgang als eine Matrixmultiplikation schreiben lässt:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}_G \mathbf{b} \ . \tag{5.17}$$

Darstellung des BURS-Verfahrens

Für das BURS-Verfahren geht man das Problem umgedreht an: Würde man den Vektor \mathbf{x} mit den äquidistanten kartesischen Matrixpunkten kennen, so könnte man diese Werte mit Hilfe einer $n \times m$ Interpolationsmatrix \mathbf{A} auf die nicht-kartesischen Trajektorienpunkte verteilen:

$$\mathbf{b} = \mathbf{A}\mathbf{x} \,, \tag{5.18}$$

wobei als Interpolationskern die ideale Sinc-Funktion verwendet wird, sodass:

$$A_{ij} = \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi}{\Delta k}|\mathbf{p}_j - \mathbf{k}_i|\right) \,. \tag{5.19}$$

Der eigentlich gesuchte Vektor \mathbf{x} lässt sich aus dieser Gleichung bestimmen, indem die zur Matrix \mathbf{A} pseudoinverse Matrix $\mathbf{A}^{\#}$ bestimmt und mit dem Vektor \mathbf{b} multipliziert wird:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^{\#} \mathbf{b} \ . \tag{5.20}$$

Die pseudoinverse Matrix $\mathbf{A}^{\#}$ ist hierbei im Sinne von Moore-Penrose zu verstehen, sodass Gleichung (5.20) den Vektor \mathbf{x} liefert, der den Term $|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b}|$ minimiert. Durch diese Formulierung des Problems ist weder eine Dichtekompensation noch die Wahl eines Interpolationskerns notwendig und es ist eine optimale Lösung zu erwarten.

Die Bestimmung der Matrix $\mathbf{A}^{\#}$ erfolgt über *Singulärwertzerlegung* [14]. Bei der Singulärwertzerlegung wird die Matrix \mathbf{A} zerlegt in zwei orthogonale Matrizen \mathbf{U} und \mathbf{V} sowie die Diagonalmatrix \mathbf{S} , welche als Diagonaleinträge die Singulärwerte s_1 bis s_m besitzt:

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \cdot \begin{pmatrix} s_1 & & \\ & \ddots & \\ & & s_m \end{pmatrix} \cdot \mathbf{V}^T \,. \tag{5.21}$$

Die zu A pseudoinverse Matrix erhält man daraus mit:

$$\mathbf{A}^{\#} = \mathbf{V} \cdot \begin{pmatrix} 1/s_1 & & \\ & \ddots & \\ & & 1/s_m \end{pmatrix} \cdot \mathbf{U}^T \,. \tag{5.22}$$

Da die Anzahl von aufgenommenen Werten üblicherweise in der Größenordnung von 10^4 bis 10^5 liegt, ist die Matrix **A** zu groß, um in brauchbarer Zeit eine Invertierung durchzuführen. Man nutzt daher die Tatsache aus, dass ein entfernt liegender Messpunkt nur geringen Einfluss auf einen Matrixpunkt hat, und führt die Matrixinvertierung nur lokal in der Umgebung eines Matrixpunktes durch.

Die Rekonstruktion eines Bildes mit $N \times N$ Pixeln mit BURS läuft daher nach folgendem Schema ab:

- 1. Es wird eine Matrix mit $N \times N$ Einträgen erzeugt und alle Werte auf Null gesetzt.
- 2. Für jeden Punkt \mathbf{p} der Matrix werden folgende Schritte durchgeführt
 - (a) Wähle alle Messpunkte \mathbf{k}_i in der Umgebung δ des Matrixpunktes \mathbf{p} , d.h. für die gilt $|\mathbf{k}_i \mathbf{p}| < \delta$.
 - (b) Wähle alle Matrixpunkte \mathbf{p}_i in der Umgebung ϵ des Matrixpunktes \mathbf{p} , d.h. für die gilt $|\mathbf{p}_i \mathbf{p}| < \epsilon$.
 - (c) Erzeuge eine Matrix \mathbf{A}° deren Zeilenanzahl der Anzahl gefundener Messpunkte und deren Spaltenanzahl gleich der Anzahl gefundener Matrixpunkte entspricht. Berechne die Einträge der Matrix für die gefundenen Punkte k_i und p_i mit

$$A_{ij}^{\circ} = \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi}{\Delta k}|\mathbf{p}_j - \mathbf{k}_i|\right) .$$
 (5.23)

- (d) Berechne die zur Matrix \mathbf{A}° pseudoinverse Matrix $\mathbf{A}^{\circ \#}$ durch Singulärwertzerlegung.
- (e) Suche in der invertierten Matrix $\mathbf{A}^{\circ\#}$ die Zeile, die zu dem Matrixpunkt \mathbf{p} gehört.
- (f) Erzeuge einen Spaltenvektor mit den Messwerten $S(\mathbf{k}_i)$, die zu den gefundenen Messpunkten \mathbf{k}_i gehören, und bilde das Skalarprodukt mit der im vorigen Schritt bestimmten Zeile.
- (g) Schreibe das Ergebnis der Skalarmultiplikation in die zum Punkt **p** gehörende Stelle der Ausgangsmatrix.
- 3. Es wird zeilen- und spaltenweise eine Fouriertransformation der $N \times N$ Matrix durchgeführt.

Durch die Einschränkung des Invertierungsbereiches kann diese Lösung nicht mehr optimal sein und die Bildqualität hängt von der Wahl der Umgebungsgrößen δ und ϵ ab. Ferner wurde berichtet, dass das Verfahren empfindlich gegenüber Rauschen ist, was



Abb. 5.10: Profilverzerrung durch Regularisierung des BURS Verfahrens. Je stärker die Regularisierung bei der Matrixinvertierung ist, desto verzerrter wird das Intensitätsprofil des Objektes abgebildet. Gewählte Parameter: $\delta = 2.5$, $\epsilon = 5.0$, $\Delta t = 4 \,\mu s$, (a) $\sigma = 0.1$, (b) $\sigma = 1.0$, (c) $\sigma = 10.0$.

auf eine schlechte Konditionierung der Invertierung zurückgeführt wird [44,45]. Dieses Problem entsteht dadurch, dass kleine Singulärwerte aufgrund der begrenzten Rechengenauigkeit mit einem Rundungsfehler behaftet sind. Bei der Invertierung in Gleichung (5.22) wird die Auswirkung der Rundungsfehler durch die Kehrwertbildung drastisch verstärkt. Es ist daher notwendig, einen Regularisierungsparameter einzuführen, um den Invertierungsprozess zu stabilisieren. Es hat sich gezeigt, dass im vorliegenden Fall sogar bei rauschfreien Simulationsdaten grundsätzlich eine Regularisierung benötigt wird.

Für die Regularisierung gibt es verschiedene Möglichkeiten [45]. Im vorliegenden Fall wurde ein *Tikhonov Filter* verwendet, der die Größe der Singulärwerte glatt nach unten beschränkt. Dazu wurde in Gleichung (5.22) die Kehrwertbildung der Singulärwerte $1/s_i$ durch

$$\frac{s_i}{s_i^2 + \sigma} \tag{5.24}$$



Abb. 5.11: Artefakte bei BURS Regridding. In Abhängigkeit von den gewählten Umgebungsgrößen können im rekonstruierten Bild Intensitätsschwankungen auftreten, die das Bild unbrauchbar machen. Die Struktur der Artefakte hängt von den Orten im Frequenzraum ab, an denen eine schlechte Konditionierung des Invertierungsproblems vorliegt. Gewählte Parameter: (a) $\delta = 2.0$, $\epsilon = 3.5$, $\sigma = 10^{-5}$, $\Delta t = 3 \,\mu s$, (b) $\delta = 2.5$, $\epsilon = 5.0$, $\sigma = 10^{-6}$, $\Delta t = 4 \,\mu s$, (c) $\delta = 2.2$, $\epsilon = 3.5$, $\sigma = 10^{-11}$, $\Delta t = 4 \,\mu s$.

ersetzt. Der Parameter σ regelt hierbei die Stärke der Regularisierung, wobei eine stärkere Regularisierung neben einer Reduzierung der Artefakte eine zunehmende Profilverzerrung zur Folge hat (siehe Abbildung 5.10).

Das BURS Verfahren liefert Bilder mit guter Qualität (siehe Abbildung 5.10.a), jedoch treten von der Wahl der Umgebungsgrößen abhängige Intensitätsschwankungen auf. Folglich ist eine genaue Einstellung der Parameter erforderlich und eine Prüfung der Bildqualität vor Anwendung durch Simulation sinnvoll (siehe Abbildung 5.11). Diese Intensitätsschwankungen sind auch von MORIGUCHI ET AL. festgestellt worden, und es wird vermutet, dass sie auf eine lokal schlechte Konditionierung zurückzuführen sind [44]. Eine schlechte Konditionierung tritt insbesondere dann auf, wenn die Anzahl der gefundenen Matrixpunkte gleich der Anzahl gefundener Messpunkte ist, d.h. die zu invertierende Matrix ungefähr quadratisch ist. Da die Abtastdichte bei einer Spirale lokal unterschiedlich ist, tritt dieser Effekt nur in bestimmten k-Raum Bereichen auf und es entstehen entsprechende Strukturen im Bild. Dieses Problem kann möglicherweise mit einer dynamischen Anpassung der Umgebungsgrößen behoben werden und bedarf weiterer Untersuchung.

Bei der im Rahmen der Arbeit realisierten Implementierung konnte die von ROSEN-FELD hervorgehobene exzellente Profilwiedergabe aufgrund der häufig auftretenden Intensitätsschwankungen nicht bestätigt werden, sodass im Vergleich das konventionelle Regridding eine zuverlässigere Profilwiedergabe liefert. Dies hängt möglicherweise mit der Rechengenauigkeit der Algebraroutinen zusammen, auf die für die Berechnung zurückgegriffen wurde. Gestützt wird dies durch die festgestellte grundsätzliche Notwendigkeit einer Regularisierung. Bei Wahl der Umgebungsgrößen von $\delta = 2.5$ und $\epsilon = 5.0$ liefert das Verfahren eine brauchbare Profilwiedergabe (siehe Abbildung 5.10.a). Ein großer Vorteil gegenüber dem konventionellen Regridding besteht dagegen darin, dass das Verfahren durch die implizite Dichtekompensation direkt auf beliebige Trajektorien angewendet werden kann. Außerdem ist die Intensität der Nyquist-bedingten Artefakte in den Randbereichen geringer, sodass auf die Verwendung einer vergrößerten Matrix verzichtet werden kann. Ein Nachteil besteht in der teilweise hohen Rechenzeit für das Regridding, welche aus der numerisch aufwendigen Singulärwertzerlegung resultiert. Da das Regridding bei Einsatz einer Vorberechnung - wie bei der vorliegenden Implementierung realisiert - nur jeweils bei Änderung der Trajektorie neu durchgeführt werden muss, ist dieser Aspekt im Hinblick auf eine Routineanwendung tolerierbar.

5.5 Zusammenfassung

Die Verfahrensweise bei der Rekonstruktion von konventionell aufgenommenen Rohdaten sowie die Problemstellung bei der Rekonstruktion von nicht-kartesisch abgetasteten Rohdaten wurden dargestellt. Durch die große Datenmenge kann eine gewöhnliche diskrete Fouriertransformation nicht angewendet werden. Für den Einsatz einer schnellen Fouriertransformation müssen die entlang nicht-kartesischer Koordinaten abgetasteten Messwerte vor der Rekonstruktion auf einem Gitter verteilt werden (Regridding). Für dieses Problem wurden drei Lösungsansätze vorgestellt und durch Simulationen auf mögliche Artefakte untersucht.

Durch die Verwendung von vergrößerten Rekonstruktionsmatrizen ist eine einfache Lösung gegeben, jedoch treten in den Bildern deutlich sichtbare Artefakte auf. Die primären Artefakte werden mit zunehmender Matrixgröße reduziert, parallel steigt jedoch der Rechenaufwand bei der Fouriertransformation an. Bedingt durch die unterschiedliche Abtastdichte liegt bei Spiralen eine Übergewichtung des k-Raum Zentrums vor, die zu einem kontrastarmen Bild führt und kompensiert werden muss. Dieses kann näherungsweise durch Wichtung der Matrixpunkte gemäß der Anzahl zugeordneter Messpunkte realisiert werden. Die Verwendung einer vergrößerten Matrix eignet sich aufgrund des geringen Rechenaufwandes für experimentelle Erprobungen, für einen anwendungsorientierten Einsatz ist im Hinblick auf die Artefakte ein anderer Ansatz vorzuziehen.

Eine bessere Bildqualität liefert die Interpolation im Frequenzraum (konventionelles Regridding). Die Interpolation entspricht einer Faltung der Messdaten mit einem Interpolationskern, wobei sich die Kaiser-Bessel-Funktion als vorteilhaft erwiesen hat. Durch die Verwendung eines nur näherungsweise Sinc-förmigen Kerns muss nach der Fouriertransformation eine Profilverzerrung korrigiert werden (Roll-Off Korrektur). Durch die unterschiedliche Abtastdichte von Spiraltrajektorien muss vor dem Regridding eine Dichtekompensation angewendet werden. Hierfür wurden drei Möglichkeiten vorgestellt, wobei die analytische Kompensationsfunktion DCF_1 sowie der Einsatz von Voronoi-Diagrammen gute Ergebnisse geliefert haben. Die zusätzliche Vergrößerung der Rekonstruktionsmatrix führt zu einer Reduzierung der Intensität von Randartefakten. Das konventionelle Regridding liefert eine gute Bildqualität bei einem akzeptablen Rechenaufwand.

Das BURS Verfahren basiert auf einer inversen Formulierung des Problems, sodass der Regriddingvorgang iterativ mittels Singulärwertzerlegung durchgeführt werden kann. über eine Vorberechnung praktisch einsetzbar.

Bei diesem Ansatz ist weder die Wahl eines Interpolationskerns noch eine Dichtekompensation erforderlich. Aufgrund der Datenmenge ist die Invertierung nur durch Beschränkung auf lokale Umgebungen praktisch realisierbar. Da die numerische Rechengenauigkeit begrenzt ist, treten je nach Verhältnis von Mess- und Gitterpunkten Rundungsfehler auf, welche durch die Invertierung verstärkt werden. Aufgrund der unterschiedlichen Abtastdichte einer Spirale treten Fehler jeweils in lokalen Bereichen des k-Raums auf und führen zu teils starken Intensitätsschwankungen. Die Fehleranfälligkeit des Verfahrens kann durch eine Regularisierung auf Kosten der Profilwiedergabe verringert werden. Das BURS Verfahren stellt aufgrund seiner hohen Flexibilität und guten Bildqualität eine interessante Alternative dar. Eine genauere Untersuchung der Intensitätsschwankungen ist jedoch notwendig, damit eine ausreichende Zuverlässigkeit des Verfahrens erreicht werden kann. Der Rechenaufwand von BURS ist groß und nur

Kapitel 6

Experimentelle Charakterisierung und theoretische Untersuchung der Bildartefakte

In Abbildung 6.1 sind vollständig unkorrigierte, experimentelle Schichtaufnahmen des Strukturphantoms dargestellt. Während das FLASH Bild weitgehend frei von Artefakten ist, treten bei den anderen Trajektorien starke Fehler auf. Die in den Bildern sichtbaren Artefakte sind charakteristisch für den jeweiligen Trajektorientyp.

Bei den EPI Bildern ist eine um das halbe Messfeld verschobene Bildkopie zu sehen, die sich mit der eigentlichen Abbildung des Objektes überlappt. Diese ungewünschten Bildkopien werden als *Geister-Bilder* bezeichnet. Daneben tritt eine Bildverzerrung auf. Bei den Spiralbildern ist eine Verdrehung des Objektes zu sehen sowie starke ringförmige Verschmierungen. Ferner ist eine Profilverzerrung erkennbar, d.h. die Intensität des eigentlich homogenen Phantoms nimmt nach außen ab. Das mit der rechteckigen Spiraltrajektorie gewonnene Bild ähnelt dem normalen Spiralbild, allerdings besitzen die Verschmierungen eine andere, eher eckige Struktur.

In den nachfolgenden Abschnitten sollen die Ursachen für diese Artefakte sowie deren Auswirkungen auf die jeweiligen Trajektorien untersucht werden.

6.1 Abweichungen der Gradientenfelder

Im Rahmen der Rekonstruktion werden die Messdaten gemäß ihrer k-Raum Position $\mathbf{k}(t)$, die sich aus den geschalteten Gradienten $\mathbf{G}(t)$ ergibt, auf der Rekonstruktionsmatrix angeordnet. Gibt es hierbei Abweichungen zwischen den geschalteten Gradientenfeldern $\mathbf{G}(t)$ und den tatsächlich von dem Messobjekt erfahrenen Feldern $\mathbf{G}_{\text{eff}}(t)$, so liegt eine Fehlzuordnung vor, weil das vom Objekt induzierte Signal S(t) nicht der Fouriertransformierten an der berechneten k-Raum Position $\mathbf{k}(t)$ entspricht. Diese Fehlzuordnung führt je nach Trajektorientyp zu mehr oder weniger starken Artefakten.



Abb. 6.1: Unkorrigierte experimentelle Schichtaufnahmen mit vergleichbaren Sequenzparametern. (a) FLASH Trajektorie, (b) EPI Trajektorie, (c) Spiraltrajektorie (d) rechteckige Spiraltrajektorie. Die FLASH Aufnahme ist weitgehend frei von Artefakten. Bei EPI treten Geisterbilder (Pfeile) sowie Bildverzerrungen (gestrichelte Linie) auf. Bei der Spiralaufnahme treten eine Bilddrehung (gestrichelte Linie) sowie ringförmige Verschmierungen und Intensitätsverzerrungen auf (Pfeile). Bei der rechteckigen Spiraltrajektorie sind ebenfalls deutliche Verschmierungsartefakte sichtbar, die im Vergleich zu (c) eine eckigere Struktur besitzen (Pfeile).

Abweichungen zwischen den theoretischen und den tatsächlichen Gradientenfeldern sind praktisch nicht zu vermeiden. Dieses liegt einerseits darin begründet, dass in den Gradientenspulen Ströme von etwa 500 A im Mikrosekundenbereich geschaltet werden müssen, was eine große Herausforderung im Hinblick auf die Regelungstechnik darstellt. Daneben treten durch die Änderung der Gradientenfelder Wirbelströme auf, die das effektive Feld deutlich beeinflussen. Da Wirbelströme u.a. in der Innenverkleidung des Systems, der Kopfspule sowie an dem Patienten selbst auftreten, ist dieser Effekt ferner ortsabhängig. Für eine Untersuchung der Abweichungen ist es daher wünschenswert, den zeitlichen Verlauf der tatsächlichen Gradientenfelder zu kennen.

6.1.1 Gradienten-Messverfahren

In den letzten Jahren wurden mehrere Verfahren zur Messung der Gradientenfelder bzw. der k-Raum Trajektorie veröffentlicht. Prinzipiell gibt es zwei verschiedene Ansätze, die den Verfahren zugrunde liegen.

Echozeitbasierte Verfahren

Eine Möglichkeit besteht darin, vor dem Start der Trajektorie einen Vordephasierer zu schalten, sodass man sich beim Start der zu untersuchenden Gradienten außerhalb des k-Raum Zentrums befindet. Die Amplitude des Signals wird anschließend genau dann maximal, wenn die Fläche unter dem Vordephasierer von den eigentlichen Gradienten kompensiert wird und man sich im k-Raum Zentrum befindet. Durch Wiederholung der Messung mit jeweils unterschiedlicher Amplitude des Vordephasierers kann aus den Zeitpunkten der Refokussierung das zeitliche Verhalten der Gradienten bestimmt werden, wobei man üblicherweise die Messungen für die einzelnen Gradienten getrennt durchführt. Dieser Ansatz wird in [46–49] verwendet.

Das Verfahren besitzt den Nachteil, dass es korrekt geschaltete Vordephasiergradienten voraussetzt, da diese zur Kalibrierung verwendet werden. Es hat sich jedoch gezeigt, dass auch gerade bei trapezoidalen Gradientenschaltungen starke Abweichungen auftreten, sodass ein großer Messfehler zu erwarten ist. Daneben besteht das Problem, dass der Refokussierungszeitpunkt nur mit begrenzter Genauigkeit bestimmt werden kann. Selbst unter Verwendung eines homogenen Messphantoms sowie Einsatz eines Fit-Algorithmus treten insbesondere durch den fortlaufenden T_2^* -bedingten Verlust an Kohärenz der Spins teilweise starke Abweichungen auf, sodass die gemessene Trajektorie nicht grundsätzlich als zuverlässig angesehen werden kann.

Phasenbasierte Verfahren

Eine alternative Möglichkeit zur Bestimmung der Trajektorie besteht darin, dass man gewährleistet, dass das induzierte Signal nur aus einer bezüglich des zu untersuchenden Gradienten einzelnen Position stammt und somit stets eine einheitliche Phasenlage besitzt. Schaltet man den zu untersuchenden Gradienten ein, so ändert sich dadurch lediglich die gemeinsame Phasenlage der Spins. Man kann deshalb aus der Phase des aufgenommenen Signals die zeitliche Entwicklung der Gradientenfelder bestimmen.

Es gibt verschiedene Wege, eine einheitliche Phasenlage des Signals zu realisieren. Oftmals werden hierfür kleine Messphantome in dem Magneten positioniert, deren Durchmesser so gewählt ist, dass die Phasenlage innerhalb des Phantoms als konstant angesehen werden kann [50]. Da das induzierte Signal aufgrund des kleinen Durchmessers des Phantoms schwach ist, bietet sich hierbei der Einsatz einer entsprechend kleinen Empfangsspule an, welche das Phantom direkt umschließt.

Für die im Rahmen der Arbeit durchgeführten Trajektorienmessungen wurde auf einen von DUYN ET AL. vorgestellten Ansatz zurückgegriffen, der keine spezielle Positionierung eines Phantoms erfordert [51]. Die Messung von Lese- und Phasengradient wird



Abb. 6.2: Implementierte Sequenz für die Gradientenmessungen. (a) Leerlaufmessung zur Bestimmung ungewünschter Dephasierungen in Leserichtung. (b) Messung des Schaltverhaltens des Lesegradienten.

hierbei getrennt durchgeführt, da eine gegenseitige Beeinflussung der Gradienten für vernachlässigbar gehalten wird [47, 48]. Zur Erzeugung eines Signals, das nur aus einer Region mit gemeinsamer Phasenlage stammt, wird während der HF-Anregung kein Gradient in Schichtselektionsrichtung geschaltet, sondern der Gradient, der vermessen werden soll (siehe Abbildung 6.2). Soll etwa der Lesegradient vermessen werden, so wird während der Anregung der Lesegradient eingeschaltet. Dies führt dazu, dass in Richtung des Lesegradienten eine Schicht angeregt wird. Anschließend wird der Lesegradient wie gewohnt geschaltet, sodass die bezüglich der Lesegradientenrichtung näherungsweise einheitliche Phasenlage je nach geschaltetem Gradient geändert wird.

Bei der Anregung ist darauf zu achten, dass die Schicht in gewisser Entfernung vom Isozentrum liegt und die Schichtdicke klein im Verhältnis zum Abstand ist. Bei einer zu großen Schichtdicke ist der Phasenunterschied zwischen den Spins auf beiden Seiten der Schicht nicht mehr vernachlässigbar und es treten in den Randbereichen der gemessenen Trajektorie Phasensprünge auf, welche die Messung unbrauchbar machen. Ferner sollte für die Messung ein möglichst homogenes Phantom mit langer Relaxationszeit gewählt werden, wobei darauf geachtet werden muss, dass sich die angeregte Schicht in jedem Fall noch innerhalb des Phantoms befindet. Für die durchgeführten Messungen wurde daher ein mit Wasser gefüllter Plexiglaszylinder mit einem Durchmesser von 30 cm verwendet.

Wenn die vom Quadratur Detektor im Empfänger demodulierte Frequenz nicht mit der

tatsächlichen Resonanzfrequenz übereinstimmt, was in der Praxis durch die Messungenauigkeit bei der Bestimmung der Resonanzfrequenz fast immer der Fall ist, so bewirkt dieses eine lineare Entwicklung der aus dem Signal gewonnenen Phase. Dieser Effekt sowie eine Dephasierung durch statische Inhomogenitäten kann kompensiert werden, indem vor der eigentlichen Gradientenmessung eine Leerlaufmessung durchgeführt wird. Hierbei wird ebenfalls eine Schicht in Richtung des zu messenden Gradienten angeregt, allerdings wird dieser anschließend nicht gestartet, sodass die freie Phasenentwicklung aufgezeichnet wird. Die freie Phasenentwicklung $\phi_{i,\text{prep}}$, deren Ursachen ebenfalls die Phase ϕ_i bei der Trajektorienmessung beeinflussen, wird dann von der eigentlichen Phasenmessung abgezogen, sodass die Messung von diesen Fehlern bereinigt wird. Die gemessene k-Raum Trajektorie berechnet sich demnach mit:

$$k_i(t) = c \cdot (\phi_i(t) - \phi_{i,\text{prep}}(t)) , \qquad (6.1)$$

wobei c ein Skalierungsfaktor ist, der von der Entfernung zwischen Schicht und Isozentrum abhängig ist. Da die Phase auf einen Wertebereich von 0 bis 2π beschränkt ist, kommt es beim Überschreiten dieser Grenzen zu unerwünschten Sprüngen der Phase, die vor der Auswertung korrigiert werden müssen. Die Entfernung wurde über die Einführung einer maximal zulässigen Steigung zur Erkennung der Phasensprünge und anschließender Addition oder Subtraktion von 2π realisiert.

6.1.2 Ergebnisse der Trajektorienmessungen

Um die Schaltgenauigkeit der Gradienten zu untersuchen, wurde eine Gradiententestsequenz erstellt, bei der jeweils in die Randbereiche des k-Raumes gefahren wird. Hierbei hat sich gezeigt, dass die Gradienten gedämpft und verzögert einschalten. Ferner kommt es zu einem deutlichen Überschwingen der Trajektorie (siehe Abbildung 6.3), wobei die Stärke des Überschwingens von der zur Schaltung der Gradienten verwendeten Steigung abhängt.

In Abbildung 6.4 ist eine gemessene Spiraltrajektorie in Lesegradientenrichtung zu sehen. Man sieht, dass auch hier die Gradienten verzögert einschalten. Bei Betrachtung des Anlaufbereichs fällt auf, dass die Amplitude am Trajektorienbeginn zu niedrig ist und sich anschließend der theoretischen Trajektorie anpasst.

Die gemessenen EPI Trajektorien weisen ebenfalls Verzögerungen sowie Uberschwingen auf, wobei hier aufgrund der stärkeren k-Raum Bewegung in erster Linie der Lesegradient betroffen ist (siehe Abbildung 6.5 links). Neben diesen Effekten ist bei Betrachtung der EPI-Trajektorie eine Schwingung um den Nullpunkt des k-Raumes in Lesegradientenrichtung zu sehen, sodass sich die Position der Umkehrpunkte ändert (siehe Abbildung 6.5 rechts). Diese Schwingung ist nicht auf eine Fehlschaltung der Gradienten zurückzuführen, sondern resultiert aus einer Instabilität der Phasenlage, welche für die Berechnung der k-Raum Position verwendet wird.

Prinzipiell sollte die Phase der angeregten Spins zeitlich konstant bleiben bzw. sich bei falsch eingestellter Empfängerfrequenz lediglich linear entwickeln. Lokale Inhomogenitäten des Magnetfeldes können zu einer Änderung der Phase führen, jedoch sollten



Abb. 6.3: Abweichungen der Gradienten. Die Gradientenfelder schalten gedämpft und verzögert ein, ferner treten Überschwinger auf. Dadurch entstehen Abweichungen zwischen theoretischer (gestrichelte Linie) und tatsächlicher (durchgezogene Linie) k-Raum Position. Dargestellt ist eine Messung in k_x Richtung, die Abweichungen treten jedoch auch in den anderen Gradientenrichtungen auf.



Abb. 6.4: Gradientenabweichungen bei Spiraltrajektorien. Bei der gemessenen Spiraltrajektorie (durchgezogene Linie) fällt im Vergleich zur theoretischen Kurve (gestrichelte Linie) ein gedämpftes Ansteigen sowie eine im Anlaufbereich der Trajektorie zu niedrige Amplitude auf.


Abb. 6.5: Gradientenabweichungen bei EPI Trajektorien. Oben: Aufgrund der stärkeren k-Raum Bewegung treten in erster Linie bei dem Lesegradient Abweichungen von der theoretischen k-Raum Position (gestrichelte Linie) auf. Es kommt hierbei zu einem gedämpften Anstieg und Überschwingen der gemessenen Trajektorie (durchgezogene Linie). Unten: Bei genauer Betrachtung der Umkehrpunkte der Trajektorie in Leserichtung fällt eine fortlaufende Verschiebung auf, die aus der Instabilität der freien Phasenlage resultiert.

sich derartige lokale Effekte bei Betrachtung des Signals aus einer Schicht wegmitteln. In Abbildung 6.6 ist die zeitliche Entwicklung der Phasenlage nach einer nichtschichtselektiven Anregung bei freiem Signalabfall, d.h. ohne geschaltete Gradienten, zu sehen. Hier ist die in der gemessenen Trajektorie auftretende Schwingung deutlich zu erkennen. Die Ursache für diese Schwingung konnte bisher nicht ausgemacht werden. Wirbelströme können als Ursache ausgeschlossen werden, da bei den Messungen keine Gradientenfelder geschaltet wurden und darauf geachtet wurde, dass eine große Pause zwischen dem Shim-Vorgang und der Messung eingehalten wurde. Durch manuelles Verstellen der Empfängerfrequenz kann erwartungsgemäß zusätzlich eine lineare



Abb. 6.6: Experimentelle Entwicklung der freien Phasenlage bei nichtschichtselektiver Anregung. Die Phasenlage der Spins bei einer nicht-schichtselektiven Anregung eines homogenen Wasserphantoms bleibt nicht erwartungsgemäß konstant, sondern es tritt eine Schwingung auf (schwarze Kurve). Bei Verstellen der Empfängerfrequenz überlagert sich die Schwingung erwartungsgemäß mit einer linearen Entwicklung der Phase, deren Steigung von der Resonanzfrequenzabweichung ω abhängig ist.

Phasenentwicklung hervorgerufen werden, sodass ein Fehler bei der Datenverarbeitung ausgeschlossen werden kann (siehe Abbildung 6.6). Bei schichtselektiver Anregung, die im Rahmen der Trajektorienmessungen durchgeführt wird, hat sich herausgestellt, dass die Stärke der Schwingung deutlich von der Schichtposition abhängig ist. Trotz einer qualitativen Reproduzierbarkeit der Schwingung treten bei jeder Neuanregung derartige Unterschiede auf, dass dieser Effekt nicht durch die vor der Trajektorienmessung aufgenommene Referenzmessung korrigiert werden kann.

Während die auftretende Phasenschwingung für die Bildgebung aufgrund der niedrigen Amplitude als vernachlässigbar angesehen werden kann, stellt sie für die Trajektorienmessverfahren, die auf Phasenbestimmung basieren, ein Problem dar. Da die Signalphase grundsätzlich eine sehr empfindliche Messgröße ist, muss man sehr vorsichtig bei der Unterscheidung zwischen tatsächlichen Gradientenfehlern und möglichen Messfehlern sein, worin der Hauptnachteil der phasenbasierten Verfahren besteht.

Häufig wird versucht, die gemessene Trajektorie direkt für die k-Raum Zuordnung der Messwerte zu verwenden, um eine Fehlzuordnung zu kompensieren [44, 47, 51]. Im vorliegenden Fall hat sich dieses insbesondere bei hoher Bildauflösung als nicht vorteilhaft erwiesen, weil die bestehenden Bildartefakte nur teilweise korrigiert wurden. Zusätzlich traten weitere Artefakte auf, die sowohl auf die Phaseninstabilität als auch auf den bei langen Messungen hohen Rauschanteil zurückzuführen sind. Es erscheint daher sinnvoller, die Ergebnisse der Messungen eher qualitativ auszuwerten und die gemessene Trajektorie zur Prüfung einer entwickelten Korrektur zu verwenden.

6.1.3 Modellierung der Gradienten

Aufgrund der Erkenntnisse des vorigen Abschnitts, d.h. ein gedämpftes Ansteigen sowie Überschwingen der Gradienten, wurde versucht, das qualitative Verhalten der Gradienten durch den einfachen Ansatz eines linearen Systems zu modellieren. Das Auftreten von Überschwingern legt hierbei einen harmonischen Oszillator als Modell nahe. Dieser Ansatz ist sowohl durch die Spulenkonstruktion als auch aus Sicht der zur Erzeugung der Ströme verwendeten Regelungstechnik gerechtfertigt.

Sei $G_{\text{eff}}(t)$ die tatsächlich wirkende Gradientenstärke und G(t) die theoretische Gradientenstärke, so gilt mit den Parametern α und ω_0 :

$$\ddot{G}_{\text{eff}} + 2\alpha \, \dot{G}_{\text{eff}} + \omega_0^2 \, G_{\text{eff}} = G(t) \;. \tag{6.2}$$

Durch Fouriertransformation ergibt sich:

$$-\omega^{2} \widetilde{G}_{\text{eff}} + 2i\alpha\omega \widetilde{G}_{\text{eff}} + \omega_{0}^{2} \widetilde{G}_{\text{eff}} = \widetilde{G}(\omega)$$
$$\widetilde{G}_{\text{eff}} = \frac{1}{\omega_{0}^{2} - \omega^{2} + 2i\alpha\omega} \cdot \widetilde{G}(\omega) .$$
(6.3)

Die zeitliche Entwicklung der Systemantwort erhält man durch Rücktransformation:

$$G_{\text{eff}}(t) = \mathcal{FT}\left\{\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\alpha\,\omega}\right\} * G(t) .$$
(6.4)

Man sieht, dass dieses der Faltung des theoretischen Gradientenverlaufs mit der Antwortfunktion des Systems entspricht, wobei die Parameter α und ω_0 den Dämpfungsgrad und die Eigenfrequenz definieren.

Um realistische Werte für α und ω_0 zu bestimmen, wurde ein Programm entwickelt, welches diese Parameter so einstellt, dass die Abweichungen zwischen gemessener und durch die modellierten Gradienten berechneter Trajektorie minimiert werden.

Dieses Programm verwendet den *Simplex-Algorithmus* [52], der sich dadurch auszeichnet, dass er anders als übliche Fitting-Algorithmen (wie Levenberg-Marquardt) keine Informationen über partielle Ableitungen benötigt. Der Simplex-Algorithmus benötigt lediglich eine Prüfgröße, die minimiert werden soll, beispielsweise die Summe der quadratischen Abweichung zwischen Messpunkten und einer zu fittenden Funktion. Durch diese Eigenschaft ist der Algorithmus äußerst flexibel und eignet sich für ungewöhnliche Fittinganwendungen, weshalb er an dieser Stelle explizit erwähnt sei. Beispielsweise ist es möglich, die vollständige Bildrekonstruktion in den Algorithmus zu integrieren, sodass Rekonstruktionsparameter optimiert werden können, deren Auswirkung erst im rekonstruierten Bild prüfbar sind.

Für die Ermittlung der Parameter α und ω_0 wird bei der Berechnung der Prüfgröße jeweils der Faltungskern gemäß der Parametereinstellung berechnet und die Faltung mit den theoretischen Gradienten ausgeführt. Anschließend wird daraus die k-Raum Trajektorie berechnet und mit einem Skalierungsfaktor c multipliziert. Dieser muss ebenfalls gefittet werden, weil der Zusammenhang zwischen Trajektorienamplitude und gemessener Amplitude aus Gleichung (6.1) unbekannt ist. Abschließend wird die Trajektorie



Abb. 6.7: Qualität der Gradientenmodellierung. Dargestellt ist die Differenz zwischen gemessener und theoretischer (gestrichelte Linie), sowie zwischen gemessener und modellierter Trajektorie (durchgezogene Linie) für den Trajektorienbereich aus Abbildung 6.3. Man sieht, dass der Modellierungsansatz das tatsächliche Gradientenverhalten recht gut beschreibt, sodass durchgängig nur geringe Abweichungen auftreten. Bei der theoretischen Trajektorie hingegen treten durch das gedämpfte Ansteigen (große Peaks) und Überschwingen (kleine Peaks) erhebliche Abweichungen auf, die auch in Abbildung 6.3 zu sehen sind.

um eine als vierter Parameter zu fittende Zeitdauer verschoben, um eine im MR-System bereits durchgeführte Verzögerungskompensation rückgängig zu machen. Daraus wird schließlich die quadratische Abweichung gegenüber der gemessenen Trajektorie berechnet und als Prüfgröße verwendet.

Für die Gradiententestsequenz ist die Differenz zwischen gemessener und theoretischer Trajektorie einerseits sowie zwischen gemessener und modellierter Trajektorie andererseits in Abbildung 6.7 dargestellt. Man sieht, dass das Verhalten der tatsächlichen Gradienten durch den gewählten Ansatz qualitativ modelliert werden kann. Prinzipiell ist es möglich, die modellierten Gradienten anstelle der rein theoretischen Gradienten für die Rekonstruktion der Bilder zu verwenden. Dieses Vorgehen hat allerdings im vorliegenden Fall keine überzeugenden Ergebnisse geliefert, da die Modellierung nur unter individueller Anpassung der Parameter an die jeweils gewählte Gradientenschaltung befriedigend funktioniert. Das gewählte Modell ist somit nicht ausreichend für eine quantitive Modellierung, weil das System nicht-linear reagiert und in der Steuerungstechnik möglicherweise Fallunterscheidungen implementiert wurden (z.B. sogenannte EPI-Booster), die grundsätzlich keine lineare Modellierung erlauben. Trotzdem kann der gewählte Ansatz verwendet werden, um durch eine Simulation zu untersuchen, welche Artefakte die qualitativ modellierten Gradientenabweichungen in den jeweiligen Bildern verursachen.



Abb. 6.8: Simulation der Gradientenabweichungen. Die Rohdaten der Bilder wurden entlang einer modellierten Trajektorie simuliert, bei der Rekonstruktion wurde jedoch die theoretische Trajektorie angenommen. Diese Situation ist mit einer realen Messung vergleichbar, da hier die tatsächlichen von den theoretischen Gradientenfeldern abweichen (vgl. Abb. 6.1). (a) FLASH Trajektorie, (b) EPI Trajektorie, (c) Spiraltrajektorie, (d) rechteckige Spiraltrajektorie. In Bild (e) wurde die Gradientenverzögerung bei der Spiraltrajektorie im Vergleich zu (c) durch Verschieben der theoretischen Trajektorie kompensiert, damit die Intensitätsverzerrung besser erkennbar ist.

6.1.4 Betrachtung der Auswirkungen auf die Bildqualität

In Abbildung 6.8 sind die Ergebnisse von Simulationen zu sehen, bei denen die Erzeugung der Simulationsdaten entlang der modellierten Trajektorie durchgeführt wurde, die Rekonstruktion jedoch von den theoretischen Gradienten ausgegangen ist. Diese Situation ist vergleichbar mit einer realen Bildaufnahme, da hier ebenfalls bei der Rekonstruktion von den theoretischen Gradienten ausgegangen wird, die tatsächlichen Gradienten und somit die abgetasteten k-Raum Positionen jedoch davon abweichen.

Bei der EPI Simulation treten analog zur tatsächlichen Messung Geister-Bilder auf. Diese Artefakte entstehen dadurch, dass es bedingt durch das gedämpfte Ansteigen der Gradienten zu einer Verzögerung der tatsächlichen k-Raum Position kommt. Da der Lesegradient nach jedem Auslesezug die Richtung ändert, liegen die Echozeitpunkte, d.h. der tatsächliche Durchgang durch den k-Raum Nullpunkt in Leserichtung, bei der Hinund Rückrichtung nicht mehr übereinander, sondern sind gegeneinander verschoben. Die Verschiebung ist für die Leserichtung nicht relevant, da die Fouriertransformation in dieser Richtung entlang einer aus einem Auslesezug stammenden Zeile durchgeführt wird. In Phasenrichtung hingegen entspricht die Verschiebung einer Modulation der Fouriertransformierten mit Periode $2\Delta k$, die sich im Bild als Faltung äußert, sodass bereits bei minimaler Verschiebung Bildkopien im Abstand FOV/2 sichtbar sind. Wenn es zu einer Überlappung der Hauptabbildung mit den Kopien kommt, stellen die Geister-Bilder wegen der stark sichtbaren Interferenz-Effekte ein erhebliches Problem dar.

Eine deutliche Reduzierung der Geister kann erreicht werden, indem die theoretische Trajektorie zeitlich verschoben und der gedämpfte Anstieg somit näherungsweise kompensiert wird. Zur optimalen Einstellung der Verzögerung wurde auf der Basis des Simplex-Algorithmus ein Programm entwickelt, das als Prüfgröße die Intensität in dem oberen und unteren Bereich des Messfeldes berechnet und die Verzögerung anpasst, bis eine Minimierung der Prüfgröße eintritt. Eine vollständige Entfernung der Geister kann auf diesem Weg jedoch nicht erreicht werden und insbesondere die Interferenzeffekte bleiben sichtbar (siehe Abbildung 6.9.d), was konsistent mit den Ergebnissen von BRUDER ET AL. ist [53].

Eine effektivere Methode zur Reduzierung der Geister-Artefakte besteht darin, vor der eigentlichen Messung das k-Raum Zentrum aus beiden Richtungen abzutasten und den Phasenunterschied zwischen den Signalen beider Abtastrichtungen zu berechnen. Nach Ausführung der Fouriertransformation in Leserichtung werden dann alle Zeilen einer Ausleserichtung, z.B. von rechts nach links, mit dem komplex Konjugierten des Phasenunterschiedes multipliziert, was im Frequenzraum eine Verschiebung der Echos verursacht [53]. Durch diese experimentell bestimmte Korrektur werden näherungsweise auch nicht-lineare Effekte wie Feldinhomogenitäten korrigiert, allerdings führt die Korrektur zum Auftreten von leichten granularen Strukturen im Bild. Da neben den Gradientenabweichungen auch weitere Effekte - wie starke Inhomogenitäten oder Objektbewegungen durch akustische Resonanz - das Auftreten von Geistern verursachen können, treten häufig trotz dieser Korrektur noch schwache Geister auf. Eine Alternative stellen deshalb rein bildbasierte Korrekturverfahren dar, die unabhängig von den Artefakt-Ursachen nach der Rekonstruktion eine Entfaltung des Bildes versuchen [54, 55].

Im FLASH Bild sind im Gegensatz zum EPI Bild keine Artefakte sichtbar, was darin begründet liegt, dass bei jeder Zeilenaufnahme exakt die gleiche Gradientenschaltung in Leserichtung ausgeführt wird und alle Zeilen deshalb gleichartig von möglichen Verzögerungen betroffen sind. Dieses ist einer der Hauptgründe für die hohe Bildqualität des FLASH-Verfahrens. Bei Multiecho-FLASH Bildern hingegen treten Geister auf, da bei den Aufnahmen während einer Anregung Rückbewegungen in Leserichtung erfolgen. Je nach Anzahl der pro Anregung aufgenommenen k-Raum Zeilen liegen die Echos blockweise verschoben, was eine Modulation in Phasenrichtung mit einer von der Zeilenanzahl abhängigen Periode zur Folge hat. Es treten deshalb anders als bei EPI eine Reihe verschobener Geister auf, deren Anzahl von der pro Anregung aufgenommenen Zeilen abhängt.

Bei den Spiralbildern treten keine Geister-Bilder auf, da es bedingt durch die Trajektorienform zu keiner Verschiebung benachbarter k-Raum Zeilen kommen kann. Die Verzögerung der Gradienten äußert sich statt dessen in einer Verdrehung des Bildes. Dieser Effekt kann näherungsweise durch eine zeitliche Verschiebung der theoretischen Gradienten korrigiert werden (siehe Abbildung 6.9.e,f), wobei die Dauer der Verschie-



Abb. 6.9: Korrektur der Gradientenverzögerung durch zeitliches Verschieben der Trajektorie. Durch das zeitliche Verschieben der Trajektorie kann die festgestellte Verzögerung näherungsweise kompensiert werden, sodass es zu einer deutlichen Reduzierung der durch die Fehlzuordnung verursachten Artefakte kommt. Bei der EPI Aufnahme sind die Geisterbilder und insbesondere die Interferenzeffekte in den überlappenden Bereichen trotz der Korrektur weiterhin sichtbar. (a-c) ohne Korrektur, (d-f) mit Korrektur. (a,d) EPI Trajektorie, (b,e) Spiraltrajektorie, (c,f) rechteckige Spiraltrajektorie.

bung den jeweils gewählten Sequenzparametern angepasst werden muss. Die in der Anlaufphase der gemessenen Trajektorie festgestellte zu niedrige Amplitude tritt ebenfalls in der Simulation auf und ist darauf zurückzuführen, dass bei der Spiraltrajektorie das lineare System mit einer fortlaufend sinkenden Frequenz getrieben wird. Abhängig von der Entfernung zur Resonanzfrequenz tritt deshalb eine unterschiedliche Antwort des Systems bezüglich Amplitude und Phase auf. Unter der Annahme, dass das MR-System tatsächlich wie das Modell reagiert, ist das Auftreten von Abweichungen somit prinzipiell nicht zu vermeiden. Die Abweichungen in der Anlaufphase verursachen eine Verzerrung des Intensitätsprofils des Messobjektes. Um einen besseren Eindruck von der Art der Profilverzerrung zu ermöglichen, wurde in Abbildung 6.8.e durch ein zeitliches Verschieben der theoretischen Trajektorie die Gradientenverzögerung kompensiert, sodass in der Simulation nur noch die Profilverzerrung sichtbar ist. Eine Korrektur dieses Artefaktes kann möglicherweise erreicht werden, indem eine komplexere Modellierung entwickelt wird, die eine quantitative Auswertung erlaubt. Dieses sollte im Vergleich zu den im nächsten Abschnitt diskutierten Artefakten allerdings eine untergeordnete Rolle spielen.

6.2 Off-Resonance Effekte

Man spricht allgemein von *Off-Resonance Effekten*, wenn die Frequenz der frei präzedierenden Spins von der theoretisch zu erwartenden Resonanzfrequenz abweicht. Das aufgenommene Signal enthält somit einen zusätzlichen Phasenterm $e^{i\omega t}$, der von verschiedenen Größen abhängig sein kann:

$$S(t) = c \cdot \int \rho(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}(t)\cdot\mathbf{r}} e^{i\omega t} d^2\mathbf{r} .$$
(6.5)

Ursachen für Off-Resonance Effekte können lokale Inhomogenitäten des statischen Magnetfeldes sein oder starke Änderungen der magnetischen Suszeptibilität - etwa an Gewebe-Luft-Übergängen, die wie ein lokaler Gradient wirken und eine zusätzliche lokale Dephasierung verursachen. In diesen Fällen ist der zusätzliche Phasenterm in Gleichung (6.5) folglich ortsabhängig, d.h. $\omega = \omega(\mathbf{r})$.

Werden bei der Anregung neben den Wasserprotonen auch andere Moleküle mit einer nahegelegenen Resonanzfrequenz, z.B. Fettmoleküle, angeregt, so tragen diese ebenfalls zum Gesamtsignal bei und erscheinen in dem rekonstruierten Bild aufgrund der unterschiedlichen Resonanzfrequenz verschoben. Dieser Off-Resonance Effekt wird durch die chemische Verschiebung verursacht und lässt sich durch Gleichung (6.5) beschreiben, indem der zusätzliche Phasenterm $e^{i\omega t}$ die molekülabhängige Abweichung von der Protonenresonanzfrequenz beschreibt. Die Artefakte durch chemische Verschiebung können deutlich reduziert werden, indem vor der eigentlichen Messung eine Absättigung der entsprechenden Resonanzen durchgeführt wird, sodass ihr Anteil am Gesamtsignal vernachlässigbar wird (vgl. Abschnitt 3.4).

Neben diesen beiden Typen von Off-Resonance Effekten treten auch zeitabhängige Abweichungen von der Resonanzfrequenz auf, d.h. $\omega = \omega(t)$, welche durch Wirbelströme oder beispielsweise durch das von Wirbelströmen verursachte Aufheizen der Shim-Bleche verursacht werden.

In den nachfolgenden Abschnitten sollen die Auswirkungen von Off-Resonance Effekten auf die Bildqualität sowie insbesondere die Anfälligkeit der verschiedenen Trajektorien gegenüber Off-Resonance Effekten betrachtet werden. Hierbei werden die ortsabhängigen Effekte in den Vordergrund gestellt, da sie derzeit das Hauptproblem darstellen. Dieses liegt u.a. darin begründet, dass es bei den heutzutage verwendeten Hochfeldsystemen technisch schwierig ist, eine gute Feldhomogenität herzustellen. Daneben haben bei derart hohen Feldstärken Suszeptibilitätsübergänge eine erhebliche Auswirkung, sodass beispielsweise die Untersuchung von Hirnregionen in der Nähe der Nebenhöhlen oder der Gehörgänge problematisch ist.

Abschließend sei erwähnt, dass zu dem Bereich der Off-Resonance Effekte auch lokale Signalauslöschungen gehören, die Folge einer durch Feldabweichungen verursachten Dephasierung in Schichtselektionsrichtung, d.h. innerhalb der angeregten Schicht, sind. Diese Auslöschungen werden hier nicht behandelt, weil die Effekte nicht direkt in Verbindung mit der zur Schichtaufnahme verwendeten Trajektorie stehen und zur Kompensation Mechanismen verwendet werden müssen, die unabhängig vom Trajektorientyp sind.

6.2.1 Untersuchung der Auswirkungen auf verschiedene Sequenzen

Bedingt durch das gewählte Simulationsprinzip ist es schwierig, die Auswirkung *lokaler* Feldinhomogenitäten oder Suszeptibilitäten direkt zu simulieren. Einen Eindruck von den Auswirkungen auf die verschiedenen Trajektorien bekommt man jedoch auch, wenn man eine globale Feldabweichung betrachtet. Diese lässt sich durch einfache Addition eines zeitlich konstanten Gradienten realisieren, was einem stark inhomogenen Feld oder einer schlechten Shimeinstellung entspricht. In Abbildung 6.10 sind die Auswirkungen dieser zusätzlichen k-Raum Bewegung auf die verschiedenen Trajektorien sowie die rekonstruierten Bilder zu sehen.

Die Trajektorie der FLASH Sequenz wird kaum von der Inhomogenität beeinflusst, weil der Auslesezug pro Anregung sehr kurz ist und der durch die Inhomogenität verursachte Fehler mit der Auslesezeit ansteigt. Ferner werden durch den jeweils identischen Zeitablauf alle Linien gleichartig von der Inhomogenität betroffen, sodass keine gravierenden Unterschiede in den Phasenfehlern der Echozeitpunkte der einzelnen Linien bestehen. Das rekonstruierte Bild ist deshalb weitgehend frei von Artefakten.

Bei EPI hat die zusätzliche Bewegung eine deutliche Scherung in Leserichtung und Stauchung in Phasenrichtung zur Folge. Dieses führt zu Verzerrungen des Bildes. Bei starker Scherung der Trajektorie treten ferner Geister-Bilder in Phasenrichtung auf, was belegt, dass es neben Gradientenfehlschaltungen weitere Ursachen für Geister in EPI Bildern gibt.

Anders als bei EPI tritt bei der Spiraltrajektorie ebenso wie bei der rechteckigen Spirale durch die rücklaufende Bewegung eine Deformation innerhalb der Trajektorie auf, da Teilbereiche der Trajektorie zusammengeschoben und andere Bereiche auseinandergezogen werden. Im Bild resultiert dieses in Verschmierungen, die eine ringförmige Struktur aufweisen und bereits bei mäßiger Stärke der Inhomogenität zu einer vollständigen Unbrauchbarkeit des Bildes führen. Die ringförmigen Verschmierungsartefakte sind gut in der tatsächlichen Aufnahme des Strukturphantoms in der Umgebung der Löcher zu erkennen, da an diesen Stellen des Strukturphantoms aufgrund des Flüssigkeit-Plexiglas-Überganges starke lokale Suszeptibilitäten wirken.

Zu einem gleichen Ergebnis kommt man, wenn man anstelle eines globalen Gradienten die Auswirkung eines globalen linearen Phasendrifts des aufgenommenen Signals betrachtet

$$S'(t) = S(t) \cdot e^{idt} , \qquad (6.6)$$

was im lokalen Fall näherungsweise als Auswirkung einer Feldabweichung interpretiert werden kann. In Abbildung 6.11 sind Simulationen mit Phasendrift unter Verwendung der verschiedenen Trajektorien zu sehen. Während es bei EPI lediglich zu einer Verschiebung des Objektes kommt, tritt bei der Spirale wie auch bei der rechteckigen Spirale ein Verschmieren der Bildinformation auf.



Abb. 6.10: Simulation einer globalen linearen Inhomogenität. Links: Auswirkungen auf die rekonstruierten Bilder. Rechts: Auswirkungen auf die zugehörigen Trajektorien. (a) FLASH Trajektorie, (b) EPI Trajektorie, (c) Spiraltrajektorie, (d) rechteckige Spiraltrajektorie.



Abb. 6.11: Simulation eines Phasendrifts. (a) FLASH Trajektorie, (b) EPI Trajektorie, (c) Spiraltrajektorie, (d) rechteckige Spiraltrajektorie. Während es bei der EPI Trajektorie lediglich zu einer Verschiebung des Objektes kommt, treten bei den Spiraltrajektorien Verschmierungen auf, die sich in der Struktur jedoch voneinander unterscheiden.

Die hier global auftretenden Artefakte muss man sich in der tatsächlichen Messung beschränkt auf die von Inhomogenitäten betroffenen Regionen vorstellen. Es ist daher interessant, in der Simulation anstelle des numerischen Phantoms eine konstante Fouriertransformierte zu verwenden, was der Fouriertransformierten eines Punktes entspricht. Durch Rekonstruktion der Simulationsdaten erhält man dann die Abbildungsfunktion des Punktes unter Auswirkung der Off-Resonance Effekte.

Die *Punktabbildungsfunktion* (engl. *Point Spread Function*, *PSF*) beschreibt, wie ein idealer Punkt durch die Aufnahme in der Rekonstruktion abgebildet wird. Unter Vernachlässigung einer Ortsabhängigkeit der Punktabbildungsfunktion entspricht das aufgenommene Bild somit dem tatsächlichen Bild (bzw. der Spindichte) gefaltet mit der Punktabbildungsfunktion:

$$I(\mathbf{r}) = \rho(\mathbf{r}) * \text{PSF}(\mathbf{r}) . \tag{6.7}$$

Die Fouriertransformierte des Bildes entspricht demnach der tatsächlichen Fouriertransformierten der Spindichte, multipliziert mit der Fouriertransformierten der Punktabbildungsfunktion, die im Englischen als *Modulation Transfer Function (MTF)* bezeichnet wird und der Abtasttrajektorie entspricht. Die Punktabbildungsfunktion steht somit im direkten Zusammenhang mit der zur Aufnahme verwendeten Trajektorie.



Abb. 6.12: Punktabbildungsfunktionen bei linearem Phasendrift. (a) FLASH Trajektorie, (b) EPI Trajektorie, (c) Spiraltrajektorie, (d) rechteckige Spiraltrajektorie. Bei der EPI Trajektorie wird der ideale Punkt verschoben abgebildet, was im rekonstruierten Bild zu Verzerrungen führt. Bei den Spiraltrajektorien hingegen kommt es zu einer Aufweitung des Punktes, wobei sich in der Form der Aufweitung die Fouriertransformierte der Trajektorie widerspiegelt. Die aufgeweitete Abbildung der Bildpunkte führt zu Verschmierungen im rekonstruierten Bild.

In Abbildung 6.12 sind die Punktabbildungsfunktionen der Trajektorien unter Off-Resonance Effekten zu sehen. Bei der EPI Trajektorie tritt erwartungsgemäß eine Verschiebung des abgebildeten Punktes gegenüber seiner tatsächlichen Position auf. Dieses erklärt die Entstehung von Verzerrungen bei EPI Bildern, da es in Abhängigkeit von den lokalen Phasenfehlern zur Verschiebung einzelner Bildbereiche kommt.

Bei der Spirale sowie der rechteckigen Spirale sind Aufweitungen des abgebildeten Punktes zu sehen, die auf die fortlaufenden Rückbewegungen zurückzuführen sind und im rekonstruierten Bild für eine Verschmierung der von Off-Resonance Effekten betroffenen Bereiche verantwortlich sind. In der Form der Verschmierungen spiegelt sich die Fouriertransformierte der Trajektorie wider. Im Falle der Spirale, welche den k-Raum kreisförmig abtastet, ist hier die Fouriertransformierte eines Kreises, also eine Besselfunktion, zu sehen. Bei der rechteckigen Spirale wird die Fouriertransformierte innerhalb eines Rechtecks abgetastet, weshalb in der Punktabbildungsfunktion die Sinc-Funktion



Abb. 6.13: Experimentelle Reduzierung der Off-Resonance Effekte durch Verkürzung der Auslesezeit. Dargestellt sind Schichtaufnahmen, die mit Spiraltrajektorien unter Verwendung von (a) einer Anregung mit 73.10 ms Auslesezeit, (b) zwei Anregungen mit 36.91 ms Auslesezeit, (c) vier Anregungen mit 18.82 ms Auslesezeit und (d) zwölf Anregungen mit 6.74 ms Auslesezeit aufgenommen wurden. Die Verkürzung der Auslesezeit führt zu einer deutlichen Reduzierung der Verschmierungsartefakte in der Umgebung der Plexiglasstäbe. Das Bild (d) besitzt eine mit einer FLASH Aufnahme nahezu vergleichbare Qualität.

zu sehen ist und die Verschmierungen in den Bildern im Vergleich zu den Spiralbildern eine eckigere Struktur aufweisen.

6.2.2 Ansätze zur Korrektur

Messtechnische Möglichkeiten

Eine praktische Reduzierung der Off-Resonance Effekte kann erreicht werden, indem die Schichtdicke und die Auslesezeit reduziert werden. Durch die dünnere Schichtdicke wird die Größe des zur Aufnahme notwendig homogenen Bereiches verkleinert, was insbesondere auch im Hinblick auf Signalauslöschungen zu einer Reduzierung der Artefakte führt [56]. Die minimal mögliche Schichtdicke ist hierbei jedoch aufgrund des zur Anregung verwendeten gefilterten Pulses begrenzt.

Eine Verkürzung der Auslesezeit pro Anregung führt zu geringeren Artefakten, weil sich der durch die Off-Resonance Effekte verursachte Phasenfehler im Laufe der Aufnahme kumuliert. Je länger der Auslesezug ist, desto stärker fehlerbehaftet sind deshalb die am Ende aufgenommenen Messwerte. Bei den Spiraltrajektorien kann eine erhebliche Verkürzung der Auslesezeit erreicht werden, indem mehrere Anregungen für eine Schichtaufnahme verwendet werden. Dies hat jedoch zur Folge, dass die gesamte Schichtaufnahme aufgrund der Wiederholung von Anregung und Spoiling wesentlich länger dauert und letztlich der Geschwindigkeitsvorteil gegenüber FLASH verloren geht. In Abbildung 6.13 ist die Aufnahme des Strukturphantoms unter Verwendung von Spiraltrajektorien mit einer unterschiedlichen Anzahl von Anregungen dargestellt und die Reduzierung der Off-Resonance Artefakte sichtbar.

Neben messtechnischen Möglichkeiten zur Reduzierung der Artefakte wurden in den letzten Jahren verschiedene Verfahren vorgeschlagen, die eine Korrektur im Rahmen der Datennachverarbeitung (*Postprocessing*) durchführen. Im Folgenden sollen einige der Ansätze vorgestellt und im Kontext der gewonnenen Erkenntnisse diskutiert werden.

Korrektur durch Aufnahme eines Navigatorechos

PFEUFFER ET AL. haben ein Verfahren vorgestellt, bei dem versucht wird, einen globalen Phasendrift durch eine lineare Korrektur zu kompensieren [57]. Zur Bestimmung des Phasendrifts wird unmittelbar nach der Anregung ein *Navigatorecho* aufgenommen und daraus die Startphase bestimmt. Ferner wird beim Durchgang durch das k-Raum Zentrum die Phasenlage bestimmt. Die Spins sollten prinzipiell beim k-Raum Durchgang wieder in Phase sein, weshalb aus den beiden bestimmten Phasenlagen ein etwaiger linearer Phasendrift bestimmt und die Messwerte entsprechend korrigiert werden können.

Das Hauptproblem dieses Ansatzes besteht darin, dass lokale Effekte nicht korrigiert werden können und fragwürdig ist, ob der Phasendrift tatsächlich als zeitlich linear angenommen werden kann. Daneben ist die Bestimmung der Phase im k-Raum Zentrum problematisch, da die k-Raum Position aufgrund der Gradientenunsicherheiten kein geeigneter Indikator für das k-Raum Zentrum ist und die bestimmte Phase aufgrund der in Abschnitt 6.1.2 beobachteten FID Phasenentwicklung nicht als zuverlässig angesehen werden kann. Bei Spiraltrajektorien startet die k-Raum Abtastung im Zentrum unmittelbar nach Aufnahme des Navigatorechos, weshalb ein Phasendrift nur durch Einbau einer ineffizienten Pause zwischen Navigatorecho und Trajektorienstart erfasst werden kann, was zu einer höheren Akquisitionszeit führt und deshalb nachteilig ist. Eine Korrektur der primär beobachteten Artefakte ist auf diesem Weg somit nicht möglich. Das Verfahren eignet sich jedoch eventuell zur Korrektur möglicher Langzeiteffekte wie einer globalen Änderung der Resonanzfrequenz durch das Aufheizen der Shimbleche.

Korrektur durch Multiplikation mit der konjugierten Phase

Entsprechend der Gleichung (6.5) enthält das aufgenommene Signal bei Inhomogenitäten oder Suszeptibilitäten eine zusätzliche Phase, sodass eine ortsabhängige Abwei-



Abb. 6.14: Rekonstruktion unter verschiedenen Resonanzfrequenzen. Dargestellt sind 16 Rekonstruktionen eines experimentellen Rohdatensatzes, wobei für jede Rekonstruktion eine unterschiedliche Resonanzfrequenz angenommen wurde. Die Resonanzfrequenz nimmt von links nach rechts jeweils um 25 Hz zu, sodass in den Bildern eine B_0 -Resonanzfrequenzabweichung von $\omega = -200$ Hz (oben links) bis $\omega = 175$ Hz (unten rechts) vorliegt. Man sieht, dass je nach Resonanzfrequenz gewisse Bereiche des Bildes besser abgebildet werden (Pfeile). Eine Gesamtreduzierung der Artefakte kann daher erreicht werden, indem die Resonanzfrequenz bei der Rekonstruktion ortsabhängig unterschiedlich gewählt wird.

chung von der theoretischen Resonanzfrequenz vorliegt. Dieser Effekt kann kompensiert werden, indem die Messwerte bei der Rekonstruktion mit dem komplex Konjugierten des ungewünschten Phasenterms multipliziert werden, was als *Conjugate Phase Reconstruction (CPR)* bezeichnet wird:

$$I(\mathbf{r}) = c \cdot \int S(t(\mathbf{k})) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} e^{-i\omega(\mathbf{r})t(\mathbf{k})} d^2\mathbf{k} .$$
(6.8)

In Abbildung 6.14 ist die Rekonstruktion einer Spiralaufnahme des Strukturphantoms unter Verwendung von verschiedenen Resonanzfrequenzen ω dargestellt. Man sieht, dass je nach Resonanzfrequenz in gewissen Bereichen des Bildes die Artefakte aufgehoben sind. Eine Gesamtreduzierung der Artefakte kann erreicht werden, indem während der Rekonstruktion ortsabhängig eine Anpassung der Resonanzfrequenz durchgeführt wird. Das zentrale Problem besteht hierbei darin, dass zunächst unbekannt ist, wie die Frequenz in Abhängigkeit des Ortes zu wählen ist.

Eine Möglichkeit zur Bestimmung der ortsabhängigen Frequenzabweichung bieten sogenannte B_0 -Feldkarten. Zur Erstellung einer Feldkarte werden zwei Aufnahmen des Objektes mit unterschiedlicher Echozeit TE erstellt, d.h. in eine der beiden Messungen wird eine Pause zwischen Anregung und Datenaufnahme mit Länge ΔTE eingefügt. Aus beiden Messungen werden Phasenbilder erstellt. Prinzipiell sollte sich die Phase linear mit der Zeit weiterentwickeln, sodass sich die Phase aller Bildpunkte im zweiten Bild entsprechend des Zeitunterschiedes ΔTE um einen konstanten Winkel von dem ersten Bild unterscheiden sollte. Treten Off-Resonance Effekte auf, so führen diese zu einer lokal abweichenden Weiterentwicklung der Phase im Zeitintervall ΔTE , sodass die betroffenen Regionen bei Subtraktion der Phasenbilder sichtbar werden (siehe Abbildung 6.15.a-c).

Ein großes Problem bei der Berechnung von Feldkarten stellt die Tatsache dar, dass der Phasenwinkel auf einen Wertebereich von 0 bis 2π beschränkt ist. In den Phasenbildern treten deshalb Phasensprünge auf (siehe Abbildung 6.15.d), die für eine sinnvolle Auswertung entfernt werden müssen. Anders als bei Phasensprüngen in Zeitreihen können in den Phasenbildern ausgehend von einem Bildpunkt Sprünge in alle Richtungen auftreten. Eine Korrektur ist daher nur mittels komplexer Algorithmen möglich [58, 59]. Ferner kann es vorkommen, dass die Phase eines Bildpunktes in einer Region mit hoher Suszeptibilität in dem Zeitintervall ΔTE mehrfach über 2π springt, was aufgrund der zeitlich diskreten Abtastung der Phase nicht erfasst werden kann. Dieses führt dazu, dass Regionen mit starken Off-Resonance Effekten fehlinterpretiert werden und die Korrektur versagt.

Anstelle der direkten Verwendung der Feldkarte wurde deshalb vorgeschlagen, dass eine zweidimensionale Funktion an die Feldkarte gefittet wird und zur Korrektur an den Bildpunkten ausgewertet wird. Unter der Annahme, dass sich die Resonanzfrequenz nur relativ langsam ändert, können auf diesem Wege Fehlinterpretationen durch lokale Sprünge in der Feldkarte reduziert werden. IRARRAZABAL ET AL. haben hierfür eine lineare Funktion verwendet [60]. Im vorliegenden Fall hat sich allerdings gezeigt, dass sich eine lineare Funktion bei der verwendeten hohen Feldstärke nicht zur Beschreibung



Abb. 6.15: Erstellung einer Feldkarte. (a,b) Experimentelle Phasenbilder des Strukturphantoms, die mit einer Spiraltrajektorie unter Verwendung von zwölf Anregungen aufgenommen wurden (vgl. Abb. 6.13.d). Bei (b) wurde zwischen Anregung und Datenaufnahme eine zusätzliche Pause von 14 ms eingefügt. (c) Durch Subtraktion der Bilder (a) und (b), sowie Ausblenden nicht relevanter Bereiche erstellte Feldkarte. Mit Hilfe der Feldkarte können lokale Abweichungen von der Resonanzfrequenz identifiziert werden. (d) Phasenbild des Objektes bei einer eingefügten Pause von 23 ms. Durch das Überschreiten der 2π Grenze des Phasenwinkels treten Phasensprünge an verschiedenen Stellen des Bildes auf, die eine Auswertung problematisch machen.

der aufgenommenen Feldkarte eignet (vgl. Abbildung 6.15.c). Die Wahl einer passenden Funktion zur Modellierung der Feldinhomogenitäten ist somit schwierig.

Die Aufnahme der Feldkarten kann wahlweise mit einem stabilen langsamen Bildgebungsverfahren (z.B. unter Verwendung von Spin-Echos) oder mit der zur eigentlichen Bildaufnahme verwendeten schnellen Sequenz erfolgen. Der Einsatz eines langsamen Verfahrens liefert Feldkarten mit höherer Qualität. Dagegen besteht bei der schnellen Sequenz der Vorteil, dass der zur Erstellung der Feldkarte aufgenommene Datensatz auch als Bilddatensatz verwendet werden kann, sodass die zusätzlich benötigte Messzeit geringer ist. Dies ermöglicht es, dass die Berechnung der Feldkarten in regelmäßigen Zeitabständen wiederholt werden kann, was im Hinblick auf Bewegungen des Patienten wünschenswert ist.

Wenn jedes Pixel des Bildes mit einer anderen Resonanzfrequenz rekonstruiert wird,

so ist die Rekonstruktion aufgrund der großen Anzahl an komplexen Multiplikationen, die vor der FFT durchgeführt werden müssen, sehr rechenaufwändig und nur bedingt praktikabel. Es wurden daher verschiedene Näherungsverfahren vorgeschlagen, die zu einer Erhöhung der Geschwindigkeit führen. NOLL ET AL. haben eine Segmentierung des Zeitintegrals (6.8) mit jeweils konstantem Phasenterm vorgeschlagen, was zu einer Reduzierung der Multiplikationen führt und als *Zeitsegmentierte Rekonstruktion* bekannt ist [61]. In [62] wurde hingegen vorgeschlagen, das Bild unter einer definierten Anzahl verschiedener Frequenzen zu rekonstruieren (vergleichbar zu Abbildung 6.14) und das endgültige Bild aus Teilen der einzelnen Bilder gemäß der Feldkarte zusammenzusetzen, was als *Frequenzsegmentierte Rekonstruktion* bezeichnet wird. Alternativ zu diesem Patchwork-artigen Zusammensetzen des endgültigen Bildes wurde die Berechnung des Bildes durch eine ortsabhängige Linearkombination der einzelnen Bilder vorgestellt [63].

Neben diesen Ansätzen wurde auch versucht, ganz auf eine Feldkarte zu verzichten und eine bildbasierte Korrektur durchzuführen, wobei als Kriterium für das korrekte Bild ein Minimum des potenzierten Betrages des Imaginärteils $|Im(S(x))|^{\alpha}$ mit $\alpha > 1$ angesetzt wurde [64, 65]. Dieser Ansatz hat sich jedoch nur als bedingt brauchbar erwiesen, da auch ein von Off-Resonance Effekten freies MR-Bild einen imaginären Anteil besitzt.

Korrektur durch Entfaltung der Punktabbildungsfunktion

Ein grundlegend anderer Korrekturansatz für Off-Resonance Effekte wurde von ROB-SON ET AL. vorgestellt [66]. Hierbei wird vor dem Start der eigentlichen Messung versucht, die ortsabhängige Punktabbildungsfunktion zu bestimmen. Diese Information wird bei der Rekonstruktion der aufgenommenen Bilder verwendet, um mit einer Entfaltung der Punktabbildungsfunktion die lokalen Abbildungsfehler zu kompensieren. Durch das Aufheben der von einem Pixel in die Umgebung verteilten Intensität, welche durch die Punktabbildungsfunktion beschrieben wird, werden mit diesem Ansatz auch Intensitätsverzerrungen durch überlappende Bereiche korrigiert.

In [67] wurde ein erster Vergleich zwischen dieser Methode und den Feldkarten-basierten Verfahren für die Korrektur von EPI Bildern durchgeführt. Die Entfaltung der Punktabbildungsfunktion hat hierbei eine bessere Bildqualität geliefert, was u.a. darin begründet ist, dass bei diesem Verfahren die im vorigen Abschnitt angesprochenen Probleme beim Erstellen der Feldkarte nicht auftreten. Zur Bestimmung der Punktabbildungsfunktion ist jedoch eine große Anzahl von Vorbereitungsmessungen erforderlich. Um eine ortsaufgelöste Punktabbildungsfunktion zu erhalten, wird vor Start der eigentlichen Trajektorie ein zusätzlicher Phasenkodierungsschritt eingebaut. Dieses hat zur Folge, dass die Vorbereitungsmessung je nach gewünschter Auflösung der Punktabbildungsfunktion so oft mit unterschiedlicher Amplitude der Vordephasierer wiederholt werden muss, bis alle möglichen Kombinationen der Vordephasierer in beiden Richtungen abgetastet sind (vergleichbar mit 3D Bildgebungssequenzen). Diese Messungen müssen für jede Schichtposition durchgeführt werden, da die Off-Resonance Effekte stark ortsabhängig sind. Bei EPI kann man sich auf eine Bestimmung der Punktabbildungsfunktion in Phasenrichtung beschränken, weil die Artefakte primär nur in dieser Richtung auftreten. Für eine Korrektur von Spiralbildern ist jedoch die Kenntnis der Punktabbildungsfunktion bezüglich beider Gradientenrichtungen erforderlich. Die Dauer der Vorbereitungsmessungen liegt deshalb in einer Größenordnung, die nur für spezielle Anwendungen tolerierbar ist. Außerdem ist es aufgrund der hohen Messzeit nicht möglich, die Punktabbildungsfunktion in regelmäßigen Abständen während eines Experiments zu aktualisieren. Kommt es während eines Experiments zu Bewegungen des Patienten, so werden objektbedingte Off-Resonance Effekte nur noch eingeschränkt korrigiert, weil die Punktabbildungsfunktion nicht mehr zutreffend ist. Trotzdem ist auf diesem Weg möglicherweise eine Verbesserung der Bildqualität zu erreichen, da durchaus ein großer Teil der Artefakte durch statische systembedingte Off-Resonance Effekte wie Feldinhomogenitäten bedingt sein kann.

6.3 Begleitfelder

Die Maxwellschen Gleichungen postulieren das Nichtvorhandensein freier magnetischer Ladungen, sodass es keine magnetischen Felder mit Quellen oder Senken gibt:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \ . \tag{6.9}$$

Dieses hat zur Folge, dass es keine reinen magnetischen Gradientenfelder geben kann, wovon bisher ausgegangen wurde, sondern die tatsächlich von den Spulen erzeugten Felder weichen stets von reinen Gradientenfeldern ab. Diese Abweichungen bezeichnet man als *Begleitfelder* der Gradienten.

Es kann davon ausgegangen werden, dass es innerhalb des Objektes eine vernachlässigbare Stromdichte gibt, sodass das Magnetfeld ferner als wirbelfrei angenommen werden kann:

$$\nabla \times \mathbf{B} = 0. \tag{6.10}$$

Unter Verwendung der Gleichungen (6.9) und (6.10) kann das Magnetfeld in eine Taylor-Reihe 2. Ordnung entwickelt werden [68]:

$$B(x, y, z) = B_0 + G_x x + G_y y + G_z z + \frac{G_x^2 + G_y^2}{2B_0} z^2 - \frac{G_z G_y}{2B_0} zy - \frac{G_z G_x}{2B_0} zx + \frac{G_z^2}{8B_0} x^2 + \frac{G_z^2}{8B_0} y^2 + \mathcal{O}^3 .$$
(6.11)

Die zu dem statischen Feld und den Gradientenfeldern zusätzlichen Begleitfelder

$$B_c(x,y,z) = \frac{G_x^2 + G_y^2}{2B_0} z^2 - \frac{G_z G_y}{2B_0} zy - \frac{G_z G_x}{2B_0} zx + \frac{G_z^2}{8B_0} x^2 + \frac{G_z^2}{8B_0} y^2 + \mathcal{O}^3$$
(6.12)

verursachen einen Phasenfehler des aufgenommenen Signals:

$$\phi_c(t) = \gamma \int_0^t B_c(\tau) \cdot d\tau . \qquad (6.13)$$

Hierbei handelt es sich prinzipiell um einen Off-Resonance Effekt, allerdings besteht im Unterschied zu den im vorigen Abschnitt besprochenen Effekten keine Abhängigkeit von der Zeitdauer zwischen Anregung und Datenaufnahme. Eine Erfassung und Korrektur des Effektes mittels einer Feldkarte ist deshalb nicht möglich, da der Phasenfehler vollständig unabhängig von der Echozeit ist.

In die Taylor-Entwicklung der Feldstärke geht die Amplitude der Gradienten jeweils quadratisch ein. Je höher die Gradientenamplitude ist, desto stärker sind folglich die Begleitfelder. Die Artefakte durch Begleitfelder verhalten sich somit gegenläufig zu den im vorigen Abschnitt diskutierten Effekten durch Inhomogenitäten. Eine Reduzierung der durch Inhomogenitäten verursachten Artefakte kann durch eine schnellere Datenaufnahme erreicht werden, was jedoch zur Folge hat, dass die Artefakte durch Begleitfelder aufgrund der höheren Gradientenamplituden ansteigen. Ferner hängt die Stärke der Begleitfelder reziprok von der B_0 -Feldstärke ab. Je höher das statische Magnetfeld ist, desto geringer sind die Artefakte durch Begleitfelder, weshalb die Begleitfelder besonders bei Niedrigfeld-Anwendungen eine Rolle spielen.

Eine Korrektur bzw. Reduzierung der Effekte durch Begleitfelder kann erreicht werden, indem der positionsabhängige Phasenfehler mittels Gleichung (6.12) approximiert und während der Rekonstruktion kompensiert wird [69, 70]. Im Rahmen der Arbeit wurde jedoch nur die Notwendigkeit einer Korrektur der Artefakte unter den vorliegenden Bedingungen überprüft.

Eine experimentelle Betrachtung der Effekte ist problematisch, weil die Artefakte durch Begleitfelder kaum von inhomogenitätsbedingten Artefakten abgegrenzt werden können. Durch die Aufnahme einer gleichen Schicht an unterschiedlichen Positionen im MR-System kann zwar eine einheitliche Situation bezüglich der objektbedingten Suszeptibilitäten gewährleistet werden, jedoch ist nicht sichergestellt, dass an den unterschiedlichen Positionen im MR-System eine gleich gute Feldhomogenität vorliegt. Zur Beurteilung der Auswirkung der Begleitfelder wurde deshalb auf eine Simulation zurückgegegriffen.

Betrachtet man der Einfachheit halber eine Schichtaufnahme in transversaler Orientierung, so ist der Schichtselektionsgradient unter Vernachlässigung der Anregung während der Schichtaufnahme nicht eingeschaltet. Die Gleichung (6.12) reduziert sich in diesem Fall auf:

$$B_c(x, y, z) = \frac{G_x^2 + G_y^2}{2B_0} z^2 .$$
(6.14)

Mit Hilfe der Gleichungen (6.13) und (6.14) können die Auswirkungen der Begleitfelder für die einzelnen Trajektorien simuliert werden. Die Rekonstruktion der Simulationsdaten für Schichten mit Abstand vom Isozentrum d = 0 cm, d = 5 cm und d = 10 cm sind in Abbildung 6.16 zu sehen.

Während bei den FLASH Bildern nahezu kein Unterschied erkennbar ist, treten bei den EPI Bildern mit steigendem Abstand vom Isozentrum eine Verschiebung des Objektes in Phasenrichtung sowie leichte Geister-Bilder auf. Bei den Spiralbildern tritt erwartungsgemäß eine globale Verschmierung des Bildes auf. Die Verschmierung hat ab Entfernungen von etwa 5 cm einen deutlichen Verlust an Bildqualität zur Folge. Die



Abb. 6.16: Simulation von Begleitfeldern. Dargestellt ist die Auswirkung der Simulation von Begleitfeldern unter realistischen Parametern für transversale Schichtaufnahmen mit Abstand vom Isozentrum (a,d,g) d = 0 cm, (b,e,h) d = 5 cm, (c,f,i) d = 10 cm. (a-c) FLASH Trajektorie, (d-f) EPI Trajektorie, (g-i) Spiraltrajektorie. Das FLASH Bild ist nahezu unbeeinflusst von den Begleitfeldern, wohingegen bei der EPI Trajektorie eine Verschiebung und bei der Spiraltrajektorie Verschmierungen auftreten. Die Stärke der Artefakte nimmt mit dem Abstand vom Isozentrum d zu.

Effekte durch Begleitfelder können somit bei schnellen Bildgebungsverfahren, insbesondere bei Spiraltrajektorien, nicht vernachlässigt werden und eine Korrektur erscheint notwendig.

Die in der Simulation betrachtete transversale Schichtorientierung stellt den einfachsten Fall dar, weil der Phasenfehler hier innerhalb der Schicht konstant ist. Im Allgemeinen liegt auch innerhalb der Schicht eine Ortsabhängigkeit des Phasenfehlers vor, sodass lokal unterschiedlich starke Artefakte zu erwarten sind.

6.4 Zusammenfassung

Die bei Verwendung der betrachteten Trajektorien typischerweise auftretenden Artefakte wurden experimentell dargestellt und mit Hilfe von Simulationen analysiert. Als gemeinsame Ursachen für diese Artefakte konnten Abweichungen der Gradientenfelder, Off-Resonance Effekte und Begleitfelder ausgemacht werden.

Zur Untersuchung der Gradientenabweichungen wurden Verfahren zur Messung des Schaltverhaltens der Gradienten vorgestellt. Mit einem implementierten Verfahren wurden Messungen der vom Gradientensystem erzeugten Trajektorien durchgeführt. Hierbei konnten ein gedämpfter verzögerter Anstieg sowie Überschwinger nachgewiesen werden. Durch den Ansatz eines harmonischen Oszillators wurde versucht, das Verhalten der Gradienten qualitativ zu modellieren, damit die je nach Trajektorientyp resultierenden Artefakte durch Simulationen bestimmt werden können. Diese Simulationen haben ergeben, dass es bei EPI Trajektorien durch die Gradientenabweichungen zum Auftreten von Geisterbildern kommt, die mit einem starken Verlust an Bildqualität verbunden sind. Bei Spiraltrajektorien hingegen führen die Gradientenabweichungen zu einer Verdrehung des Bildes und zu Intensitätsverzerrungen. Der verzögerte Anstieg der Trajektorie kann näherungsweise durch zeitliches Verschieben der theoretischen Trajektorie kompensiert werden. Bei EPI Bildern hat sich diese Korrektur als nicht ausreichend für eine vollständige Entfernung der Geisterbilder herausgestellt.

Artefakte durch Off-Resonance Effekte entstehen, wenn die tatsächliche Resonanzfrequenz von der angenommenen B_0 -Resonanzfrequenz abweicht. Dieses kann lokal durch Feldinhomogenitäten oder Suszeptibilitätsübergänge verursacht werden. Durch verschiedene Simulationen wurden die Auswirkungen der Off-Resonance Effekte je nach Trajektorientyp untersucht. Hierbei konnte gezeigt werden, dass es bei EPI Trajektorien zur Verschiebung lokaler Bildbereiche und somit zu Bildverzerrungen kommt, wohingegen bei Spiraltrajektorien durch die rücklaufende k-Raum Bewegung Verschmierungen auftreten. Reale Messungen haben ergeben, dass diese Verschmierungen - insbesondere bei einer niedrigen Anzahl verwendeter Anregungen - ein großes Problem darstellen. Eine Reduzierung dieser Artefakte kann sowohl messtechnisch durch Verkürzung des Auslesezugs als auch durch eine entsprechende Nachverarbeitung erreicht werden. Für eine Korrektur im Rahmen der Nachverarbeitung wurden verschiedene Ansätze vorgestellt und diskutiert.

Aus den Maxwell-Gleichungen folgt, dass es keine reinen Gradientenfelder geben kann. Durch die Annahme eines tatsächlich linearen Zusammenhangs zwischen Ort und Feldstärke, entsteht bei der Aufnahme ein kumulativer Phasenfehler, der ortsabhängig aber unabhängig von der Echozeit ist. Der Phasenfehler kann berechnet werden, indem durch eine Taylor-Entwicklung des Magnetfeldes die als Begleitfelder bezeichneten Abweichungen abgeschätzt werden. Durch Simulationen wurde festgestellt, dass die Begleitfelder bei schnellen Bildaufnahmen Artefakte verursachen, die nicht vernachlässigbar sind. Eine Korrektur kann auf der Basis der Taylor-Entwicklung entwickelt werden.

Kapitel 7

Diskussion der Ergebnisse im Hinblick auf spezielle Anwendungsfelder

In diesem Kapitel sollen die in den vorigen Kapiteln gewonnenen Erkenntnisse im Hinblick auf mögliche Anwendungsgebiete für die spiralförmige k-Raum Abtastung kurz diskutiert werden.

7.1 Funktionelle Bildgebung des Gehirns

Ziel der funktionellen Bildgebung des Gehirns ist die Lokalisierung von neuronaler Aktivität. Bedingt durch eine starke Erhöhung des Blutflusses und damit verbundene Absenkung der Konzentration von Desoxyhämoglobin in den venösen Gefäßen aktivierter Hirnregionen kommt es lokal zu einer schwächeren T_2^* -bedingten Dephasierung. Hierdurch erscheinen aktivierte Regionen heller als in einer Aufnahme im Ruhezustand. Dieser Effekt wird als *BOLD-Kontrast* bezeichnet (Blood Oxygenation Level Dependent). Durch eine Korrelationsanalyse von Bildern, die im Ruhezustand und nach Stimulation des Patienten aufgenommen werden, kann daher eine Aktivierungskarte erstellt werden. Hierfür ist ein besonders schnelles Bildgebungsverfahren erforderlich, damit bei einem Experiment möglichst viele Hirnregionen durch Schichtaufnahmen gleichzeitig erfasst werden können.

Für die funktionelle Bildgebung werden derzeit überwiegend EPI Trajektorien eingesetzt. Ein Problem stellen die bei EPI auftretenden Bildverzerrungen dar. Nach Erstellung der Aktivierungskarten werden diese oftmals mit anatomischen Aufnahmen, die üblicherweise mit einem Verfahren wie FLASH erstellt werden, überlagert. Durch die Verzerrungen kann es dabei zu Fehlzuordnungen der Aktivierungsgebiete kommen. Dieses Problem tritt bei der Verwendung von Spiraltrajektorien nicht auf, weil die Off-Resonance Effekte nicht zu Verzerrungen führen. Stattdessen treten bei Spiraltrajektorien an den betroffenen Stellen Verschmierungen auf, die zu einer symmetrischen



Abb. 7.1: EPI- und Spiralaufnahmen mit einer einzelnen Anregung. Bildauflösung 96×96 Pixel, Messfeld FOV = 24 cm, (a-c) EPI Trajektorie, (d-f) Spiraltrajektorie. Bei den EPI Bildern sind in Bereichen mit hohen Suszeptibilitäten Bildverzerrungen zu sehen (Pfeile). Bei den Spiralbildern treten Verschmierungen auf, durch die der Kontrast zwischen weißer und grauer Substanz verloren geht (d,e). In Bereichen mit hoher Suszeptibilität (e,f) ist die in Kapitel 6 festgestellte ringförmige Struktur der Verschmierungen deutlich zu erkennen.

Aufweitung der Aktivierungsbereiche führen. Je nach Anwendungszweck kann diese Eigenschaft gegenüber EPI einen Vorteil darstellen. Bei in vivo Messungen hat sich jedoch gezeigt, dass die durch lokale Phasenfehler bedingten Verschmierungen bei der Verwendung einer einzelnen Anregung teilweise so stark sind, dass die Qualität der Bilder deutlich schlechter ist als bei EPI (siehe Abbildung 7.1).

Aufgrund der patientenbedingten Limitierungen bei den Gradientenschaltungen ist eine wesentliche Steigerung der Abtastgeschwindigkeit gegenüber den in Abbildung 7.1 dargestellten Aufnahmen nicht direkt möglich. Bei EPI Trajektorien kann durch den Einsatz von Partial Fourier sowie einer Anpassung des Messfeldes und der Bildauflösung je Raumrichtung die Geschwindigkeit zusätzlich derart gesteigert werden, dass die Spiraltrajektorien hinsichtlich der Aufnahmegeschwindigkeit keinen großen Vorteil bieten. Diese Möglichkeiten stehen bei Spiraltrajektorien durch die gekoppelte Gradientenbewegung nicht zur Verfügung, was einen deutlichen Nachteil darstellt - insbesondere weil das Messobjekt in der Regel keine quadratischen Ausmaße besitzt und das Messfeld dann ineffizient gewählt ist.

Da der BOLD-Effekt auf einer lokalen Änderung der T_2^* -Relaxation basiert, ist eine gewisse Zeit zwischen Anregung und Abtastung des k-Raum Zentrums erforderlich, da-



Abb. 7.2: Spiralaufnahmen mit Mehrfachanregung. Durch die Verwendung von mehreren Anregungen kann eine höhere Bildauflösung erreicht werden, daneben kommt es durch die Verkürzung des Auslesezuges zu einer deutlichen Reduzierung der Off-Resonance Effekte. Oben: eine Anregung, Bildauflösung 96 × 96 Pixel. Unten: vier Anregungen, Bildauflösung 128×128 Pixel. Messfeld jeweils FOV = 24 cm.

mit das bei Aktivierung reduzierte Desoxyhämoglobin eine sichtbare Verminderung der Dephasierung verursachen kann. Durch den Start der Abtastung im k-Raum Zentrum muss bei Spiraltrajektorien eine ineffiziente Pause zwischen Anregung und Abtastung eingebaut werden, um einen ausreichenden BOLD-Kontrast zu erhalten. Diese Pause führt zu einer Verlängerung der Akquisitionszeit, was mit einer Verstärkung der Off-Resonance Effekte verbunden ist. Alternativ zum Einbau einer Pause kann man die Spirale zeitlich umdrehen, sodass zunächst die hohen k-Raum Frequenzen abgetastet werden. Hierbei besteht jedoch die Gefahr, dass beim Abtasten des Zentrums bereits ein großer Phasenfehler vorliegt oder das k-Raum Zentrum von der Trajektorie bedingt durch Inhomogenitäten sogar verfehlt wird. Im Hinblick auf die Erzeugung eines BOLD-Kontrastes ist die EPI Trajektorie somit aufgrund des hierfür effizienteren zeitlichen Ablaufs vorteilhafter.

7.2 Hochaufgelöste funktionelle Bildgebung

Die Auflösung eines Bildes, das mit einer einzelnen Anregung aufgenommen wird, ist durch die Relaxations- und Off-Resonance Effekte begrenzt. Für verschiedene neuro-



Abb. 7.3: Spiralaufnahmen mit hoher Auflösung. Durch die Verwendung einer hohen Anzahl von Anregungen können Spiralaufnahmen mit hoher Auflösung und im Vergleich zu FLASH kurzen Akquisitionszeit erstellt werden. Aufgrund der kurzen Auslesezüge sind die Aufnahmen relativ unempfindlich gegenüber Off-Resonance Effekten, sodass auch Strukturen in Gebieten mit hoher Suszeptibilität abgebildet werden können (z.B. der Sehnerv in (c)). Bildauflösung 196 × 196 Pixel, Messfeld FOV = 23 cm, zwölf Anregungen.

wissenschaftliche Fragestellungen ist es interessant, funktionelle Bildgebung mit einer höheren Auflösung unter Einschränkung des Volumens der betrachteten Hirnregionen durchzuführen. Für diesen Zweck ist es notwendig, auf ein Verfahren zurückzugreifen, das für die Schichtaufnahme mehrere Anregungen verwendet, jedoch schnell im Vergleich zu FLASH ist.

Häufig werden hierfür segmentierte EPI Trajektorien oder Multi-Echo FLASH Sequenzen eingesetzt. Bei diesen Verfahren besteht das Problem, dass es leicht zu einer Verschiebung der Echozeitpunkte bezüglich der Phasenrichtung kommen kann. Für diese Verschiebungen gibt es mehrere Ursachen (vgl. Kapitel 6). Bereits bei leichtem Versatz der Echozeitpunkte entstehen Geisterbilder, die schwierig vollständig zu entfernen sind und Fehler bei der Bestimmung der Aktivierungsgebiete verursachen können. Bei Spiraltrajektorien tritt dieser Effekt nicht auf, weil es bedingt durch die Trajektorienform zu keiner Verschiebung benachbarter k-Raum Zeilen kommen kann. Im Hinblick auf Mehrfachanregungen sind Spiraltrajektorien somit stabiler als segmentierte EPI Trajektorien und stellen möglicherweise eine interessante Alternative für dieses Anwendungsgebiet dar.

Ein weiterer Vorteil der Spiraltrajektorien besteht darin, dass die Anzahl der Anregungen beliebig angepasst und unabhängig von der Bildauflösung gewählt werden kann. Dies ermöglicht es, die Anregungsanzahl gemäß den jeweiligen Anforderungen hinsichtlich Geschwindigkeit und tolerierbarer Bildartefakte einzustellen. Daneben ist die niedrige Empfindlichkeit gegenüber Objektbewegungen für Mehrfachanregungen vorteilhaft, da aufgrund der längeren Messzeit pro Schichtaufnahme insgesamt mit stärkeren Bewegungen zu rechnen ist als bei einer Einzelaufnahme.

7.3 Anatomische Bildgebung

Für die Erstellung von anatomischen Schichtaufnahmen werden in der Regel FLASH Trajektorien verwendet, weil diese eine sehr gute Bildqualität liefern. Die hohe Aufnahmedauer ist jedoch für bestimmte Anwendungen nachteilig, da es zu Objektbewegungen während der Schichtaufnahme kommt oder die Bildinformation schneller benötigt wird. Zu diesen Anwendungen zählt die Angiographie, die die fließenden Protonenspins im Blut abbildet, oder die Positionskontrolle von Sonden oder Nadeln, die während einer Operation eingeführt werden. Für diese Art von Anwendungen sind Spiraltrajektorien möglicherweise interessant, weil unter Verwendung einer hohen Anregungsanzahl (z.B. n/4 Anregungen) Bilder mit guter Qualität, jedoch gegenüber FLASH mit reduzierter Aufnahmezeit und Bewegungsempfindlichkeit erstellt werden können. Es ist ferner denkbar, dass bei der Positionierungskontrolle während einer Operation nicht für jedes Bild der gesamte k-Raum neu aufgenommen wird, sondern nur jeweils eine Anregung durchgeführt wird und die anderen k-Raum Daten aus den vorigen Bildern übernommen werden. Damit wird durch stetige Uberlappung der Rohdaten eine schnelle Aktualisierung der Bilddaten möglich. Spiraltrajektorien eignen sich für derartige Echtzeitanwendungen, da bedingt durch die symmetrische Trajektorienform mit geringeren Artefakten beim Vermischen der k-Raum Daten zu rechnen ist.

7.4 Diffusions-Bildgebung

Die Diffusions-Bildgebung erlaubt die Bestimmung lokaler Diffusionskoeffizienten von Protonen und ermöglicht es somit, die Diffusionsbewegungen von Wassermolekülen innerhalb eines Objektes zu erfassen. Durch anschließende Nachverarbeitungsschritte können daraus beispielsweise Informationen über den Verlauf von Nervenfaserbündeln im menschlichen Gehirn gewonnen werden (*Fibertracking*).

Um eine Diffusionswichtung zu erreichen, wird nach der schichtselektiven Anregung mit einem 90°-Puls ein starker Gradient, der *Diffusionsgradient*, in der zu untersuchenden Diffusionsrichtung geschaltet, sodass die Spins in diese Richtung dephasiert werden. Anschließend wird ein 180°-Puls erzeugt, der zur Entstehung eines Spinechos führt. Durch erneutes Schalten des Diffusionsgradienten wird die zuvor durch den Gradienten verursachte Dephasierung wieder aufgehoben, sofern sich die Spins nicht bewegt haben. Hat sich ein Spin in der Zeit zwischen den beiden Gradienten bewegt, so wird die anfangs verursachte Dephasierung nicht kompensiert und es verbleibt ein Phasenfehler, der umso größer ist je stärker die Bewegung war. Um den Phasenfehler räumlich aufzulösen wird dieser *Diffusionspräparation* eine Abtastung des k-Raums angeschlossen, sodass man ein Bild erhält, in dem Regionen mit starker Diffusion durch den Phasenfehler dunkel erscheinen.

Für die Abtastung verwendet man oftmals EPI Trajektorien. Die Trajektorie muss hierbei so positioniert werden, dass die Abtastung des k-Raum Zentrums mit dem Spinecho zusammenfällt. Da die Abtastung des Zentrums bei EPI erst nach der halben Akquisitionszeit stattfindet, ist ein Mindestabstand zwischen dem 180°-Puls und dem Spinecho und demnach auch zwischen dem 90°-Puls und dem 180°-Puls vorgegeben. Dies führt je nach Bildauflösung zu einer relativ großen Pause zwischen den Diffusionsgradienten.

Durch die Verwendung von Spiraltrajektorien für die Auslesung kann diese Pause vermieden werden, da bei den Spiraltrajektorien die Abtastung im Zentrum beginnt und die Trajektorie bei der Positionierung des Spinechos nicht berücksichtigt werden muss. Der 180°-Puls kann daher so geschaltet werden, dass das Spinecho direkt hinter dem zweiten Diffusionsgradienten entsteht. Auf diese Weise kann die Dauer der Messung verkürzt werden, sodass höhere Repetitionsraten möglich sind. Nachteilig ist dabei jedoch, dass es während des Auslesens zu einer fortlaufenden T_2^* -bedingten Dephasierung des Signals kommt, wohingegen bei EPI bis zum Zentrum zunächst eine Rephasierung stattfindet und nur im zweiten Teil eine Dephasierung eintritt. Daneben muss auch berücksichtigt werden, dass eine gewisse Zeit zwischen den Diffusionsgradienten notwendig ist, damit ein ausreichender Diffusionskontrast entsteht. Eine minimale Echozeit ist daher nicht unbedingt vorteilhaft.

Kapitel 8 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde die spiralförmige k-Raum Abtastung im Hinblick auf den Einsatz auf einem modernen Hochfeld MR-System untersucht. Die Berechnung der Trajektorien und die Bildrekonstruktion sind hierbei - anders als bei den konventionellen Bildgebungsverfahren - mit einigen Schwierigkeiten verbunden. Sowohl für die Trajektorienberechnung als auch für die Bildrekonstruktion wurden jeweils mehrere Lösungsansätze betrachtet und durch verschiedene Simulationen untersucht. Dabei hat sich ergeben, dass zwar in beiden Themengebieten Optimierungsmöglichkeiten vorhanden sind, die vorliegenden Ansätze jedoch zunächst ausreichend sind und nicht den limitierenden Faktor für einen praktischen Einsatz des Verfahrens darstellen. Durch Simulationen konnte identifiziert werden, welche Artefakte aus den jeweiligen Lösungsansätzen resultieren, sodass eine Abgrenzung dieser Artefakte im tatsächlichen Bild möglich ist. Seitens der Trajektorienberechnung und Bildrekonstruktion konnte somit die technische Machbarkeit der Spiral-Tomographie auf dem verwendeten MR-System gezeigt werden.

Bei experimentellen Untersuchungen am menschlichen Gehirn stellte sich im Rahmen dieser Arbeit heraus, dass die aufgenommenen Bilder sowohl bei Verwendung von Spiraltrajektorien als auch bei EPI Trajektorien zum Teil starke Artefakte aufweisen. Es wurde deshalb versucht, die Ursachen der Artefakte auszumachen. Diese Untersuchungen haben gezeigt, dass die je nach Trajektorientyp auftretenden Artefakte gemeinsame Ursachen haben. Als wesentliche Probleme haben sich Abweichungen der tatsächlichen Gradientenfelder, Off-Resonance Effekte sowie Begleitfelder herausgestellt. Für diese Artefaktursachen wurden Simulationen hinsichtlich der Auswirkungen im rekonstruierten Bild durchgeführt. Darüber hinaus wurden jeweils Ansätze zur Reduzierung der Artefakte vorgestellt sowie im Hinblick auf die praktische Machbarkeit diskutiert.

Es hat sich gezeigt, dass die beobachteten Schwierigkeiten - insbesondere die durch Off-Resonance Effekte verursachten Artefakte - für den anwendungsorientierten Einsatz von schnellen Bildgebungsverfahren ein zentrales Problem darstellen. Da sowohl EPI Trajektorien als auch Spiraltrajektorien von diesem Problem betroffen sind, handelt es sich um eine grundsätzliche Beobachtung, die nicht aus der Wahl des Trajektorientyps resultiert. Die Untersuchungen haben jedoch ergeben, dass die Auswirkungen im rekonstruierten Bild je nach Trajektorientyp unterschiedlich gravierend sind. Die EPI Trajektorien haben sich durch das Auftreten von Geisterbildern als etwas empfindlicher gegenüber Gradientenabweichungen erwiesen, wohingegen bei den Spiraltrajektorien eine deutlich stärkere Empfindlichkeit gegenüber Off-Resonance Effekten festgestellt wurde. Letzteres liegt darin begründet, dass die bei Spiraltrajektorien auftretenden Verschmierungen eher zu einer Unbrauchbarkeit des Bildes führen als die bei EPI auftretenden Verzerrungen. Für spezielle Anwendungen mag jedoch gerade das Ausbleiben von Bildverzerrungen einen Vorteil darstellen, sodass in diesem Fall Spiraltrajektorien zu bevorzugen wären.

Um eine Entscheidung für einen Trajektorientyp treffen zu können, müssen somit die im Rahmen der Arbeit festgestellten Vor- und Nachteile der Trajektorien im Hinblick auf die für den individuellen Anwendungszweck benötigten Eigenschaften abgewogen werden. Bei dieser anwendungsspezifischen Entscheidung sollte auch berücksichtigt werden, dass die Implementierung der Spiral-Tomographie für Routineanwendungen deutlich aufwändiger ist als die Nutzung von kommerziell verfügbarer EPI Technik, weil hierfür die in der Arbeit entwickelten Verfahren in einem für einen Routineeinsatz geeigneten Rahmen umgesetzt werden müssen.

Da sich ergeben hat, dass die eigentlichen Ursachen der Artefakte nicht durch den Trajektorientyp bedingt sind, ist es unabhängig von der Bevorzugung eines Trajektorientyps für die Hochgeschwindigkeitsbildgebung sinnvoll, weitere Anstrengungen für eine allgemeine Reduzierung der Artefakte zu unternehmen. Dieses wird durch den zunehmenden Bedarf und das wachsende Interesse an schnellen Bildgebungsverfahren gestützt. Aufgrund der inzwischen hohen Leistungsfähigkeit moderner MR-Systeme sind die Messparameter nicht mehr durch das MR-System, sondern durch die Patientenverträglichkeit limitiert. Einer messtechnischen Reduzierung der Artefakte durch schnelleres oder stärkeres Schalten der Gradienten sind damit Grenzen gesetzt. Es erscheint deshalb notwendig, sich ausgehend von den in der Arbeit dargestellten Ansätzen auf Korrekturmechanismen im Rahmen der Nachverarbeitung der Messdaten zu konzentrieren. In den letzten Jahren wurden bereits verschiedene Ansätze für Nachverarbeitungskorrekturen veröffentlicht. Diese stellen bisher jedoch fast ausschließlich individuelle Speziallösungen dar, die nicht durch breite Erfahrungsberichte abgesichert sind. In zukünftigen Arbeiten gilt es deshalb vereinheitlichte und zuverlässige Lösungen zu schaffen, die allgemein zur Korrektur von anwendungsorientierten Messungen eingesetzt werden können.

Seit kurzer Zeit sind MR-Systeme verfügbar, die mit mehreren Empfangsspulen ausgestattet sind. Bei den konventionellen Bildgebungsverfahren ermöglicht dieses, dass einzelne Phasenkodierungsschritte während der Aufnahme ausgelassen und die fehlenden Informationen aus der Geometrie der Spulen rekonstruiert werden können. Neben der Entwicklung von Nachverarbeitungskorrekturen ist es daher interessant zu überprüfen, ob sich diese parallelen Akquisitionstechniken auch für die Spiral-Tomographie eignen und auf solchem Wege eine Verkürzung der Aufnahmezeit erreicht werden kann.

Anhang

${\bf Abk} \ddot{{\bf u}} r {\bf z} ung sverzeichnis$

BOLD	Abhängigkeit des Bildkontrastes von der lokalen Konzentration an Desoxyhämoglobin (Blood Oxygenation Level Dependent)
BURS	iterativ arbeitendes Regriddingverfahren (Block Uniform Resampling)
CPR	Korrekturverfahren, bei dem Phasenfehler durch Multiplikation mit dem komplex Konjugierten aufgehoben werden (Conjugate Phase Reconstruction)
DFT	Diskrete Fouriertransformation
EPI	Echo Planar Tomographie (Echo Planar Imaging)
FID	Freier Inductionsabfall (Free Induction Decay)
FLASH	Gradientenecho-Bildgebung mit zeilenweiser Anregung und kleinen Kippwinkeln (Fast Low-Angle Shot)
FOV	Messfeld (Field of View)
FT	Fouriertransformation
FFT	schnelle Fouriertransformation (Fast Fourier Transformation)
GRE	Gradientenecho (Gradient Recalled Echo)
HF	Hochfrequenz
MR	Magnetresonanz
MRT	Magnetresonanz-Tomographie
NMR	Nuklearmagnetische Resonanz
PNS	Periphere Nervenstimulation

PSF	Punktabbildungsfunktion (Point Spread Function)
ROI	Zielregion (Region of Interest)
SAR	Spezifische Absorptionsrate
SE	Spinecho
SVD	Singulärwertzerlegung (Singular Value Decomposition)
T_1	Spin-Gitter Relaxationszeit
T_2	Spin-Spin Relaxationszeit
T_2^{\star}	Effektive Spin-Spin Relaxationszeit
TE	Echozeit
TR	Repetitionszeit

Literaturverzeichnis

- [1] Liang ZP und Lauterbur PC. Principles of Magnetic Resonance Imaging. IEEE Press Series on Biomedical Engineering, 2000.
- [2] Haacke EM, Brown RW, Thompson MR und Ventatesan R. Magnetic Resonance Imaging: Physical Principles and Sequence Design. Willey-Liss, 1999.
- [3] Bloch F, Hansen WW und Packard M. Nuclear induction. *Physical Reviews*, 69:127, 1946.
- [4] Shepp LA und Logan BF. The Fourier reconstruction of a head section. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 21:21–43, 1974.
- [5] Langlois S, Desvignes M, Constants JM und Revenu M. MRI geometric distortion: A simple approach to correcting the effects of non-linear gradient fields. *Journal of Magnetic Resonance Imaging*, 9:821–831, 1999.
- [6] Meyer CH, Pauly JM, Macovski A und Nishimura DG. Simultaneous spatial and spectral selective excitation. *Magnetic Resonance in Medicine*, 15:287–304, 1990.
- [7] Zur Y. Design of improved spectral-spatial pulses for routine clinical use. *Magnetic Resonance in Medicine*, 43:410–420, 2000.
- [8] Börnert P, Stuber M, Botnar RM, Kissinger KV und Manning WJ. Comparison of fat suppression strategies in 3D spiral coronary magnetic resonance angiography. *Journal of Magnetic Resonance Imaging*, 15:462–466, 2002.
- [9] Pipe JG. Reconstruction MR images from undersampled data: Data-weighting considerations. *Magnetic Resonance in Medicine*, 43:867–875, 2000.
- [10] Ahn CB, Kim JH und Cho ZH. High-speed spiral-scan echo planar NMR imaging-i. IEEE Transactions on Medical Imaging, MI-5(1):2–7, 1986.
- [11] Yudilevich E und Stark H. Spiral sampling in magnetic resonance imaging the effect of inhomogeneities. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 6(4):337–345, 1987.
- [12] Börnert P, Schomberg H, Aldefeld B und Groen J. Improvements in spiral MR imaging. Magnetic Resonance Materiales in Physics, Biology and Medicine, 9:29– 41, 1999.

- [13] King KF, Foo TKF und Crawford CR. Optimized gradient waveforms for spiral scanning. Magnetic Resonance in Medicine, 34:156–160, 1995.
- [14] Press WH. Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing. Cambridge Univ. Press, 1999.
- [15] Duyn JH und Yang Y. Fast spiral magnetic resonance imaging with trapeziodal gradients. Journal of Magnetic Resonance, 128:130–134, 1997.
- [16] Amann M, Bock M und Schad L. An improved analytical design for archimedian spirals in 2D k-space. In: Proc. ISMRM Sixth Scientific Meeting, Sydney 1997, 1997.
- [17] Glover HG. Simple analytic spiral k-space algorithm. Magnetic Resonance in Medicine, 42:412–415, 1999.
- [18] Kadah YM und Hu X. Simulated phase evolution rewinding (SPHERE): A technique for reducing b_0 inhomogeneity effects in MR images. *Magnetic Resonance in Medicine*, 38:615–627, 1997.
- [19] Kim D, Adalsteinsson E und Spielman DM. Simple analytic variable density spiral design. Magnetic Resonance in Medicine, 50:214–219, 2003.
- [20] Glover GH und Lee AT. Motion artifacts in fMRI: Comparison of 2DFT with PR and spiral scan methods. *Magnetic Resonance in Medicine*, 33:624–635, 1995.
- [21] Nishimura DG, Irarrazabal P und Meyer CH. A velocity k-space analisys of flow effects in echo-planar and spiral imaging. *Magnetic Resonance in Medicine*, 33:549– 556, 1995.
- [22] Meyer CH, Hu BS, Nishimura DG und Macovski A. Fast spiral coronary artery imaging. *Magnetic Resonance in Medicine*, 28:202–213, 1992.
- [23] Gatehouse PD und Firmin DN. Flow distortion and signal loss in spiral imaging. Magnetic Resonance in Medicine, 41:1023–1031, 1999.
- [24] Börnert P, Aldefeld B und Egger H. Reversed spiral MR imaging. Magnetic Resonance in Medicine, 44:479–484, 2000.
- [25] Yang Y, Gu H, Zhang W, Xu S, Silbersweig DA und Stern E. Simultaneous perfusion and BOLD imaging using reverse spiral scanning at 3T: Characterization of functional contrast and susceptibility artifacts. *Magnetic Resonance in Medicine*, 48:278–289, 2002.
- [26] Glover HG und Law SL. Spiral-in/out bold fMRI for increased SNR and reduced susceptibility artifacts. *Magnetic Resonance in Medicine*, 46:515–522, 2001.
- [27] Tsai C und Nishimura DG. Reduced aliasing artifacts using variable-density kspace sampling trajectories. *Magnetic Resonance in Medicine*, 43:452–458, 2000.
- [28] Cline HE, Zong X und Gai N. Design of a logarithmic k-space spiral trajectory. Magnetic Resonance in Medicine, 46:1130–1135, 2001.
- [29] Liao J, Pauly JM und Pelc NJ. MRI using piecewise-linear spiral trajectory. Magnetic Resonance in Medicine, 38:246–252, 1997.
- [30] Dale B, Wendt M und Duerk J. A rapid look-up table method for reconstructing MR images from arbitrary k-space trajectories. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 20:207–217, 2001.
- [31] Qian Y, Lin J und Jin D. Direct reconstruction of MR images from data acquired on a non-cartesian grid using an equal-phase-line algorithm. *Magnetic Resonance* in Medicine, 47:1228–1233, 2002.
- [32] Oesterle C, Markl M, Strecker R, Kraemer FM und Hennig J. Spiral reconstruction by regridding to a large rectilinear matrix: A practical solution for routine systems. *Journal of Magnetic Resonance Imaging*, 10:84–92, 1999.
- [33] O'Sullivan JD. A fast sinc function gridding algorithm for Fourier inversion in computer tomography. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 4(4):200–207, 1985.
- [34] Jackson J, Meyer CH, Nishimura DG und Macovski A. Selection of a convolution function for fourier inversion using gridding. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 10(3):473–478, 1991.
- [35] Kaiser J. Nonrecursive digital filter design using the I₀-SINH window function. In: Proc. 1974 IEEE Int. Symp. on Circuits and Syst., Apr. 22-25, 1974, 20–23, 1974.
- [36] Hoge RD, Kwan RKS und Pike GB. Density compensation functions for spiral MRI. Magnetic Resonance in Medicine, 38:117–128, 1997.
- [37] Rasche V, Proksa R, Sinkus R, Börnert P und Eggers H. Resampling of data between arbitrary grids using convolution interpolation. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 18(5):385–392, 1999.
- [38] Aurenhammer F. Voronoi diagrams a survey of a fundamental geometric data structure. ACM Computing Surveys, 23(3):345–405, 1991.
- [39] Barber CB, Dobkin DP und Huhdanpaa H. The quickhull algorithm for convex hulls. ACM Transactions on Mathematical Software, 22(4), 1996.
- [40] Guibas L und Stolfi J. Primitives for the manipulation of general subdivisions and the computation of voronoi diagrams. ACM Transactions on Graphics, 4(2):74– 123, 1985.
- [41] Fessler JA und Sutton BP. Nonuniform fast fourier transforms using min-max interpolation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 51(2):560–574, 2003.
- [42] Sutton BP, Noll DC und Fessler JA. Fast, iterative, field-corrected image reconstruction for MRI. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 22(2):178–188, 2003.

- [43] Rosenfeld D. An optimal and efficient new gridding algorithm using singular value decomposition. Magnetic Resonance in Medicine, 40:14–23, 1997.
- [44] Moriguchi H und Duerk JL. Modified block uniform resampling (burs) algorithm using truncated singular value decomposition: Fast accurate gridding with noise and artifact reduction. *Magnetic Resonance in Medicine*, 46:1189–1201, 2001.
- [45] Rosenfeld D. New approach to gridding using regularization and estimation theory. Magnetic Resonance in Medicine, 48:193–202, 2002.
- [46] Onodera T, Matsui S, Sekihara K und Kohno H. A method of measuring fieldgradient modulation shapes. application to high-speed NMR spectroscopic imaging. Journal of Physics E – Scientific Instruments, 20:416–419, 1987.
- [47] Takahashi A und Peters T. Compensation of mulit dimensional selective excitation pulses using measured k-space trajectories. *Magnetic Resonance in Medicine*, 34:446–456, 1995.
- [48] Papadakis NG, Wilkinson AA, Carpenter TA und Hall LD. A general method for measurement of the time integral of variant magnetic field gradients: Application to 2d spiral imaging. *Magnetic Resonance Imaging*, 15(5):567–578, 1997.
- [49] Alley MT, Glover GH und Pelc NJ. Gradient characterization using a fouriertransform technique. *Magnetic Resonance in Medicine*, 39:581–587, 1998.
- [50] Mason GF, Harshberger T, Hetherington HP, Zhang Y, Pohost GM und B. TD. A method to measure arbitrary k-space trajectories for rapid MR imaging. *Magnetic Resonance in Medicine*, 38:492–496, 1997.
- [51] Duyn JH, Yang Y, Frank JA und van der Veen JW. Simple correction method for k-space trajectory deviations in MRI. *Journal of Magnetic Resonance*, 132:150– 153, 1998.
- [52] Caceci MS und Cacheris WP. Fitting curves to data: The simplex algorithm is the answer. BYTE Magazine, 5:340–362, 1984.
- [53] Bruder H, Fischer H, Reinfelder HE und Schmitt F. Image reconstruction for echo planar imaging with nonequidistant k-space sampling. *Magnetic Resonance* in Medicine, 23:311–323, 1992.
- [54] Buonocore MH und Zhu DC. Image-based ghost correction for interleaved EPI. Magnetic Resonance in Medicine, 45:96–108, 2001.
- [55] Lee KJ, Barber DC, Paley MN, Wilkinson ID, Papadakis NG und Griffiths PD. Image-based EPI ghost correction using an algorithm based on projection onto convex sets (POCS). *Magnetic Resonance in Medicine*, 47:812–817, 2002.
- [56] Merboldt K, Finsterbusch J und Frahm J. Reducing inhomogenity artifacts in functional MRI of human brain activation - thin sections vs gradient compensation. *Journal of Magnetic Resonance*, 145:184–191, 2000.

- [57] Pfeuffer J, Van de Moortele P, Ugurbil K, Hu X und Glover HG. Correction of physiologically induced global off-resonance effects in dynamic echo-planar and spiral functional imaging. *Magnetic Resonance in Medicine*, 47:344–353, 2002.
- [58] Chavez S, Xiang Q und An L. Understanding phase maps in MRI: A new cutline phase unwrapping method. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 21(8):966– 977, 2002.
- [59] Jenkinson M. Fast, automated, n-dimensional phase-unwrapping algorithm. Magnetic Resonance in Medicine, 49:193–197, 2003.
- [60] Irarrazabal P, Meyer CH, Nishimura DG und Macovski A. Inhomogenity correction using an estimated linear field map. *Magnetic Resonance in Medicine*, 35:278–282, 1996.
- [61] Noll DC, Meyer CH, Pauly JM, Nishimura DG und Macovski A. A homogeneity correction method for magnetic resonance imaging with time-varying gradients. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 10(4):629–637, 1991.
- [62] Noll DC. Reconstruction techniques for magnetic resonance imaging. Doktorarbeit, Stanford University, 1991.
- [63] Man L, Pauly JM und Macovski A. Multifrequency interpolation for fast offresonance correction. *Magnetic Resonance in Medicine*, 37:785–792, 1997.
- [64] Noll DC, Pauly JM, Meyer CH, Nishimura DG und Macovski A. Deblurring for non-2D fourier transform magnetic resonance imaging. *Magnetic Resonance in Medicine*, 25:319–333, 1992.
- [65] Man L, Pauly JM und Macovski A. Improved automatic off-resonance correction without a field map in spiral imaging. *Magnetic Resonance in Medicine*, 37:906– 913, 1997.
- [66] Robson MD, Gore JC und Constable RT. Measurement of the point spread function in MRI using constant time imaging. *Magnetic Resonance in Medicine*, 38:733–740, 1997.
- [67] Zeng H und Constable RT. Image distortion correction in epi: Comparison of field mapping with point spread function mapping. *Magnetic Resonance in Medicine*, 48:137–146, 2002.
- [68] Bernstein MA, Zhou XJ, Polzin JA, King KF, Ganin A, Pelc NJ und Glover GH. Concomitant gradient terms in phase contrast MR: Analysis and correction. *Magnetic Resonance in Medicine*, 39:300–308, 1998.
- [69] King KF, Ganin A, Zhou XJ und Bernstein MA. Concomitant gradient field effects in spiral scans. *Magnetic Resonance in Medicine*, 41:103–112, 1999.

[70] Du YP, Zhou XJ und Bernstein MA. Correction of concomitant magnetic fieldinduced image artifacts in nonaxial echo-planar imaging. *Magnetic Resonance in Medicine*, 48:509–515, 2002.

Danksagung

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. Jens Frahm, dem Leiter der Biomedizinischen NMR Forschungs GmbH, der durch seine fortlaufende Unterstützung und offene Art sowohl die Entstehung dieser Arbeit als auch weitgehende Einblicke in das Gebiet der MR-Forschung ermöglicht hat.

Herrn Prof. Dr. Lauterborn möchte ich für die Betreuung meiner Arbeit seitens der Georg-August-Universität zu Göttingen danken.

Mein persönlicher Dank gilt Herrn Dr. Oliver Natt, der durch seine ständige Hilfsbereitschaft und durch wertvolle Diskussionen wesentlich zum Gelingen der Arbeit beigetragen hat. Weiterhin möchte ich mich bei allen Mitgliedern der Arbeitsgruppe für das angenehme und unkomplizierte Arbeitsklima bedanken. Insbesondere die unzähligen Kickerturniere werden mir in guter Erinnerung bleiben.

Herrn Dr. Jürgen Finsterbusch möchte ich für die Messmöglichkeit in Hamburg und die freundliche Betreuung bei den Messungen danken.

Bei meiner Familie möchte ich mich ganz herzlich für die unermüdliche Unterstützung während der Erstellung der Arbeit, als auch während meines gesamten Studiums bedanken, die für mich von großer Bedeutung war und ist. Ebenso möchte ich mich bei meinen Freunden bedanken, die all meine Frustrationen ertragen mussten und es trotzdem geschafft haben, dass ich den Kopf gelegentlich frei bekommen habe.